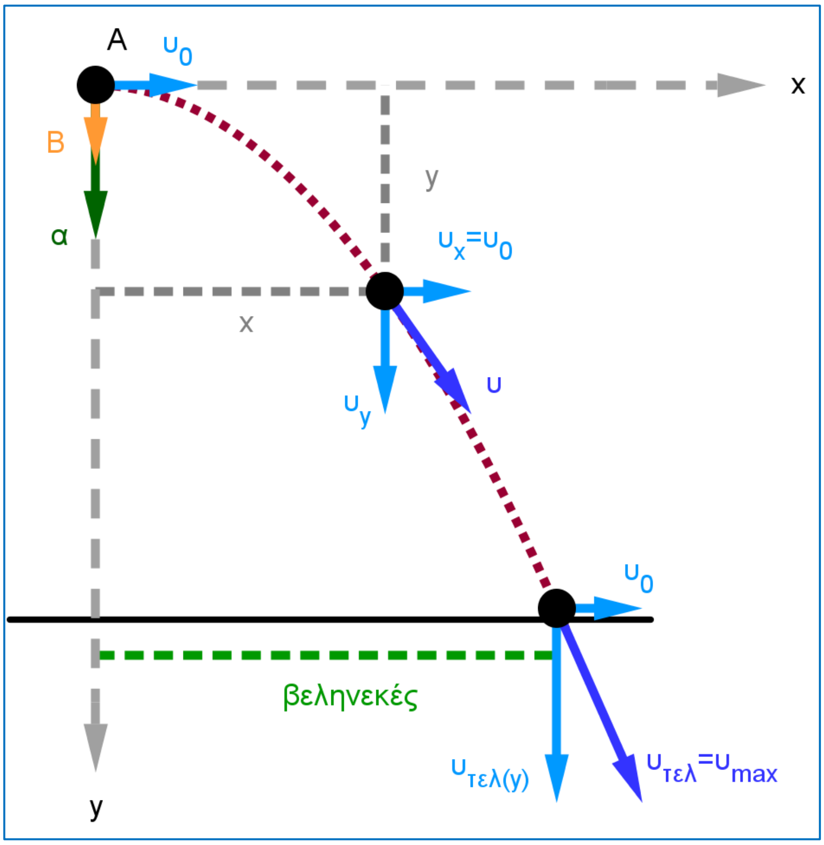
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1°



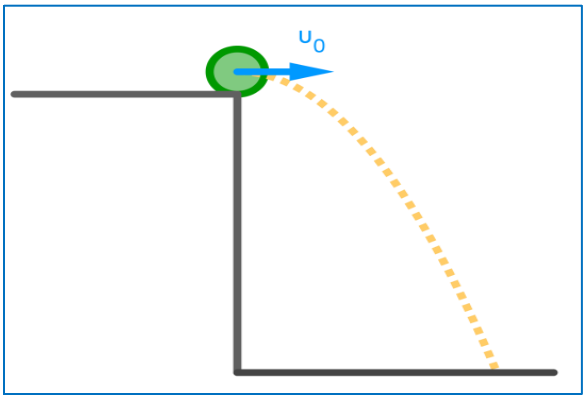
ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

1. ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

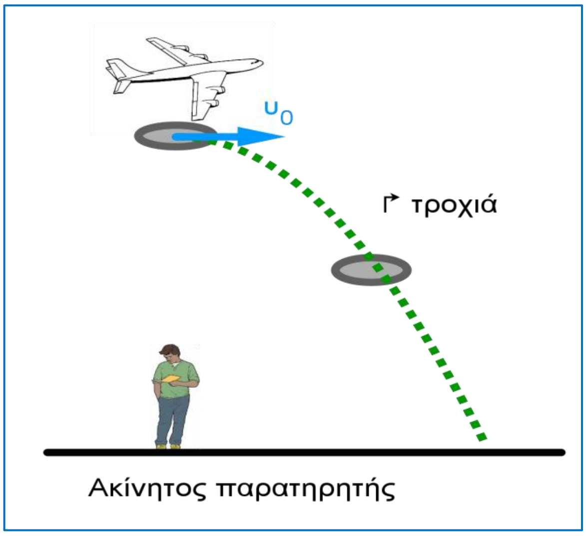
1.1. Τι είναι η οριζόντια βολή

Οριζόντια βολή είναι η κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος h και επιδρά μόνο το βάρος του, που θεωρείται σταθερό (τριβές δεν έχουμε, δηλαδή η κίνηση γίνεται στο κενό).

Το σώμα του διπλανού σχήματος πραγματοποιεί οριζόντια βολή.



Επίσης ένα αεροπλάνο που ελευθερώνει μια βόμβα εκτελεί οριζόντια βολή και ο ακίνητος παρατηρητής αντιλαμβάνεται την τροχιά του σχήματος.



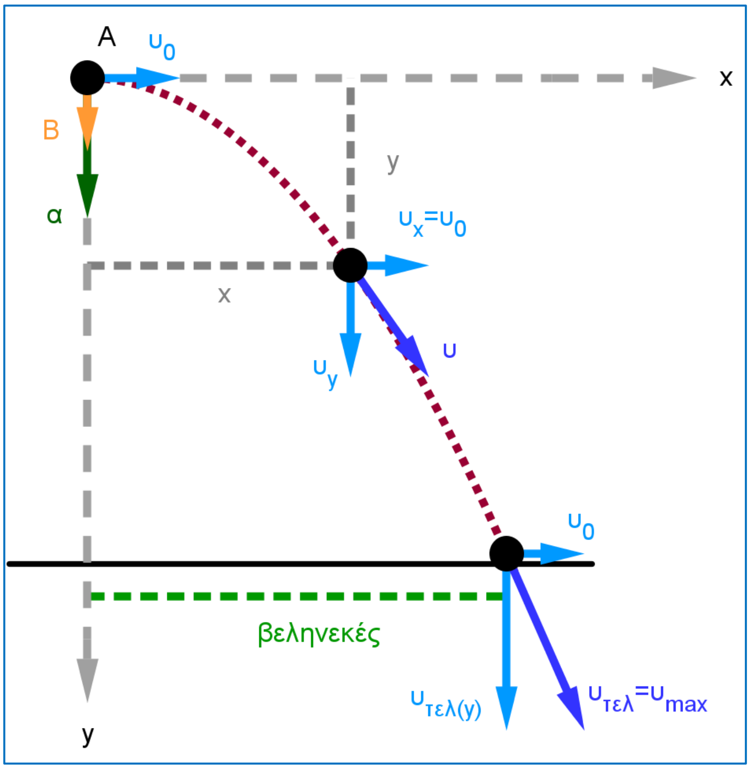
Η οριζόντια βολή είναι μια σύνθετη κίνηση που αποτελείται από δύο κινήσεις μια οριζόντια στον $x'x$ και μια στο κατακόρυφο $y'y$.

Κάθε σύνθετη κίνηση περιγράφεται <u>από την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων</u> (αρχή επαλληλίας) για την οποία ισχύει:

α) Ένα σώμα που κάνει σύνθετη κίνηση πραγματοποιεί την κίνηση στον $x'x$ και $y'y$ ανεξάρτητα την μία από την άλλη.

β) Η θέση του σώματος μια χρονική στιγμή είναι ίδια είτε οι κινήσεις γίνονται ταυτόχρονα ή γίνονται διαδοχικά η μία μετά την άλλη.

1.2. Μελέτη οριζόντιας βολής



Δημιουργούμε τον πίνακα:

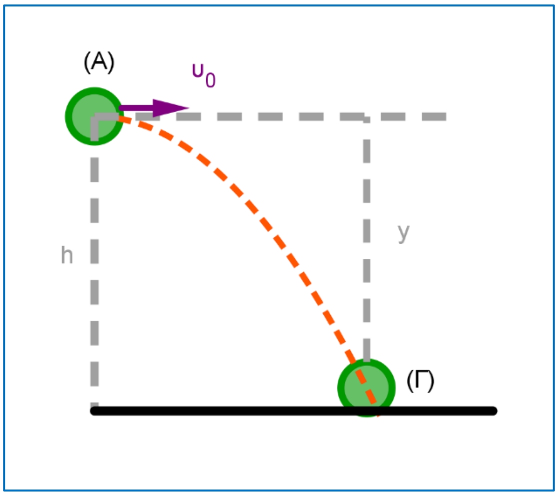
$x'x$	$\Sigma F_x = 0$	Ε.Ο.Κ.	$\upsilon_x = \upsilon_0 =$ Σταθερή	$x = \upsilon_0 \cdot t$
$y'y$	$\Sigma F_y = B$ $m \cdot \alpha = m \cdot g$ $\alpha = g$	Ε.Ο.Επιταχ. $\alpha = g$	$\upsilon_y = g \cdot t$	$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

y = κατακόρυφη απόσταση ή κατακόρυφη απόκλιση ή γραμμική εκτροπή.

x = οριζόντια απόσταση.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 1

Να βρείτε σε πόσο χρόνο το σώμα φθάνει στο έδαφος.



$$y = h \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t_{(\Gamma)}^2 = h \Rightarrow g \cdot t_{(\Gamma)}^2 = 2h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{(\Gamma)}^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t_{(\Gamma)} = t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

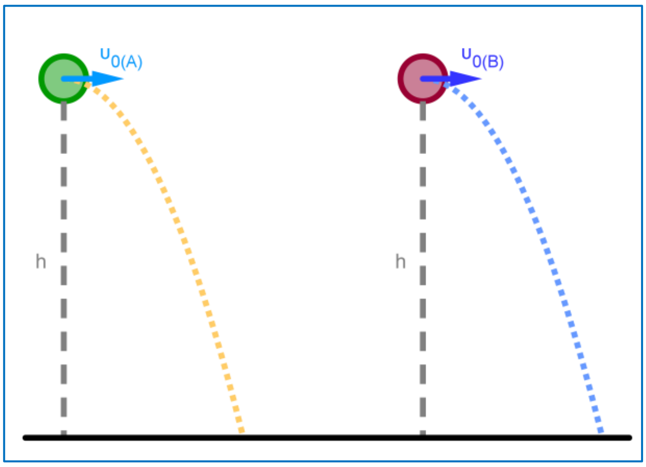
ΚΑΝΟΝΑΣ

- Ο χρόνος που το σώμα φθάνει στο έδαφος δεν εξαρτάται από την μάζα.
- Εξαρτάται μόνο από το ύψος.

Παράδειγμα 1.1

Δύο σώματα Α και Β με αντίστοιχες μάζες m_A και m_B εκτοξεύονται από το ίδιο ύψος με ταχύτητες $\upsilon_{0(A)}$ και $\upsilon_{0(B)}$, να βρείτε το πηλίκο των χρόνων που χρειάζονται τα σώματα για να φθάσουν στο έδαφος.

Απάντηση

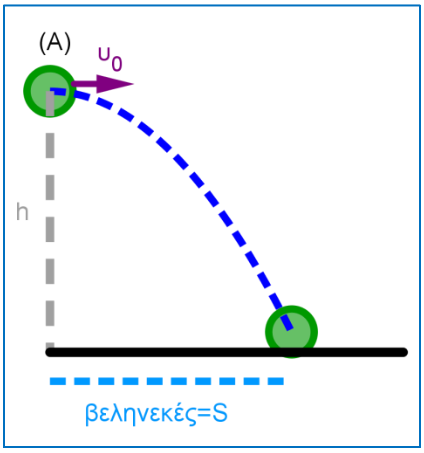


$$\left.\begin{aligned} t_A &= \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ t_B &= \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{aligned}\right\rangle \frac{t_A}{t_B} = 1 \Rightarrow t_A = t_B$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 2

Πως βρίσκεται το βεληνεκές

✵ **Βεληνεκές ονομάζουμε την <u>μέγιστη οριζόντια</u> απόσταση που διανύει το σώμα και συμβολίζεται με (S).**

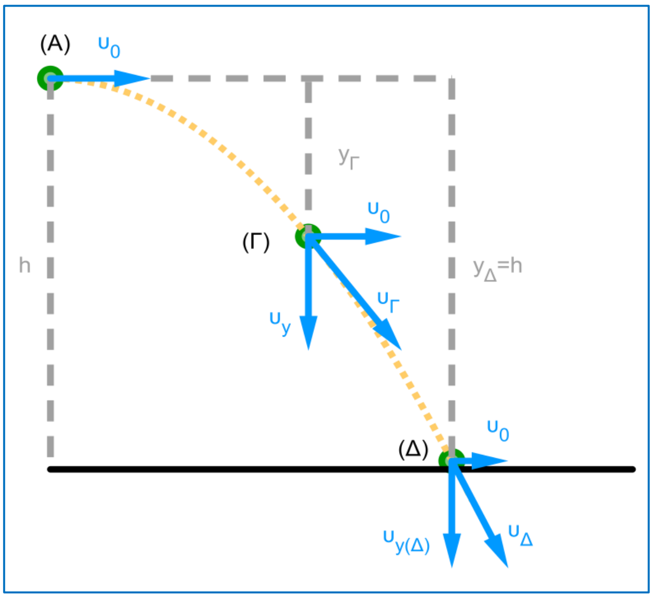


$$x=\upsilon_0\cdot t \xRightarrow[x=S]{t=t_{o\lambda}} S=\upsilon_0\cdot t_{o\lambda} \Rightarrow \boxed{S=\upsilon_0\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 3

Πως βρίσκεται η ταχύτητα του σώματος σε τυχαία θέση της τροχιάς ή όταν φθάνει στο έδαφος

<u>Α’ τρόπος:</u> Εφαρμογή του Π.Θ. (Πυθαγόρειου Θεωρήματος)



$\upsilon_\Gamma=\sqrt{\upsilon_0^2+\upsilon_y^2}$ (1)

όπου $\upsilon_\Gamma=g\cdot t_{(\Gamma)}\Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_\Gamma=g\sqrt{\frac{2y_{(\Gamma)}}{g}}=\sqrt{g^2\frac{2y_{(\Gamma)}}{g}}\Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_\Gamma=\sqrt{2gy_{(\Gamma)}}$ (2)

Από (1) και (2):

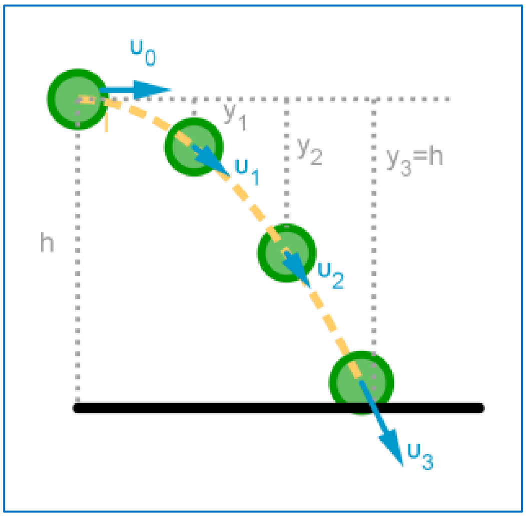
$\upsilon_\Gamma=\sqrt{\upsilon_0^2+2g\cdot y_{(\Gamma)}}$ (το μέτρο)

$\upsilon_\Delta=\sqrt{\upsilon_0^2+\upsilon_{y(\Delta)}^2}$

$$\upsilon_{y(\Delta)} = g \cdot t_{o\lambda} = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{g^2 \frac{2h}{g}} \Rightarrow \upsilon_{y(\Delta)} = \sqrt{2gh} \text{ (το μέτρο)}$$

Άρα $\upsilon_\Delta = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}$ (το μέτρο)

✦ Άρα η ταχύτητα σε μια τυχαία θέση: $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gy}$

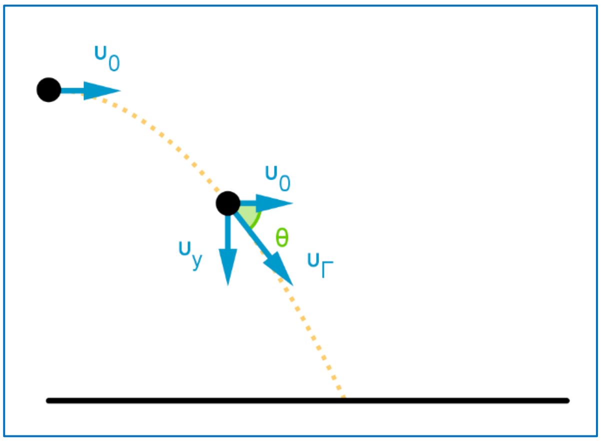


$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gy_1}$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gy_2}$$

$$\upsilon_3 = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gy_3}$$

⇨ Η ταχύτητα επειδή είναι διανυσματικό μέγεθος έχει μέτρο και διεύθυνση. Διεύθυνση ορίζουμε εμείς την γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με τον άξονα $x'x$ και βρίσκεται συνήθως με την εφαπτομένη.



Δηλαδή $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0}$ (διεύθυνση)

Εάν η γωνία θ δίνεται $\theta = 45^\circ$, τότε θα ξέρουμε ότι $\varepsilon\varphi 45^\circ = 1$.

Άρα $\varepsilon\varphi 45^\circ = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} \Rightarrow 1 = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} \Rightarrow \upsilon_y = \upsilon_0$

Β' τρόπος: Εύρεση ταχύτητας

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε.: $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B$

όπου $K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2$, $K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} m\upsilon_0^2$ και το ερώτημα που μπαίνει είναι:

Πως βρίσκουμε το έργο του βάρους σε καμπύλη

Το βάρος εκτός από σταθερή δύναμη είναι και Συντηρητική που σημαίνει ότι το έργο βρίσκεται από τη σχέση $W_{\mathrm{B}} = U_{\mathrm{B}(\alpha\rho\chi)} - U_{\mathrm{B}(\tau\varepsilon\lambda)}$

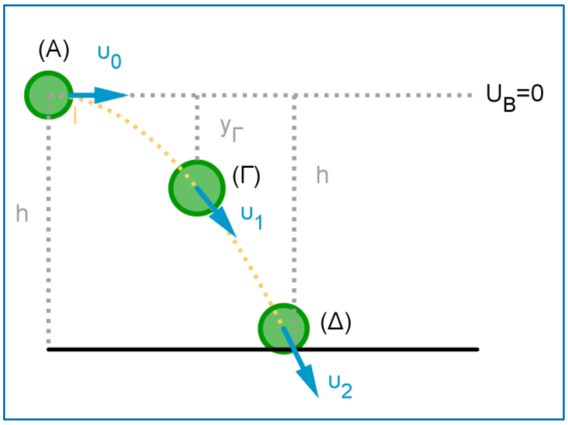
όπου $U_{(\mathrm{B})}$ = η δυναμική ενέργεια λόγω βάρους που δίνεται από την σχέση

$U_{(\mathrm{B})} = mgh$.

✦ Το ύψος h είναι η απόσταση από το επίπεδο που θεωρούμε ότι η δυναμική ενέργεια είναι μηδέν (επίπεδο αναφοράς).

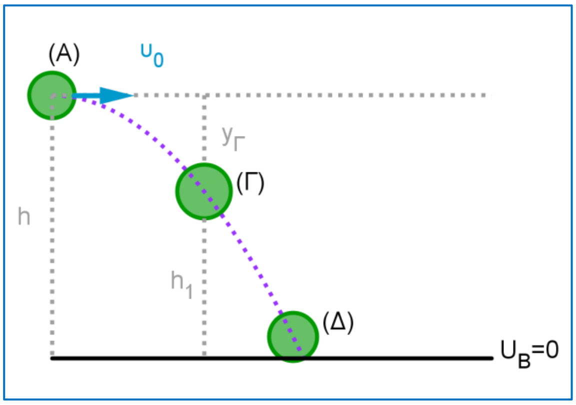
✦ Το σώμα όταν είναι πάνω από το επίπεδο αναφοράς, η δυναμική ενέργεια είναι θετική.

✦ Ενώ εάν το σώμα είναι κάτω από το επίπεδο αναφοράς, η δυναμική ενέργεια είναι αρνητική.



$$W_{\mathrm{B(A-\Gamma)}} = \cancel{U_{\mathrm{A}}}^{0} - U_{\Gamma} = -(-mgy_{\Gamma}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow W_{\mathrm{B(A-\Gamma)}} = mgy_{\Gamma}$$

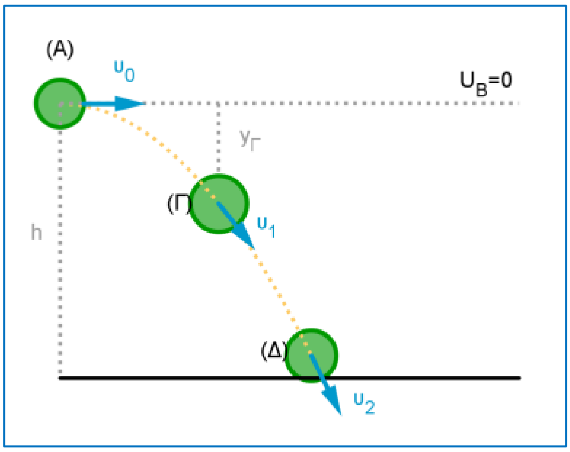
$$W_{\mathrm{B(A-\Delta)}} = \cancel{U_{\mathrm{A}}}^{0} - U_{\Delta} = -(-mgh) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow W_{\mathrm{B(A-\Delta)}} = mgh$$



$$W_{\mathrm{B(A-\Gamma)}} = U_{\mathrm{A}} - U_{\Gamma} = mgh - mgh_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow W_{\mathrm{B(A-\Gamma)}} = mg(h - h_1) = mgy_{\Gamma}$$

$$W_{\mathrm{B(A-\Delta)}} = U_{\mathrm{A}} - \cancel{U_{\Delta}}^{0} = U_{\mathrm{A}} \Rightarrow W_{\mathrm{B(A-\Delta)}} = mgh$$

⇨ Να βρεθεί η ταχύτητα στο σημείο Γ και Δ.



Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε.(Α-Γ):

$$K_{(\Gamma)} - K_{(A)} = W_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \cancel{U_A}^{0} - U_\Gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -\left(mgy_\Gamma\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\upsilon_1^2 - m\upsilon_0^2 = 2mgy_\Gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_1^2 = \upsilon_0^2 + 2gy_\Gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gy_\Gamma}$$

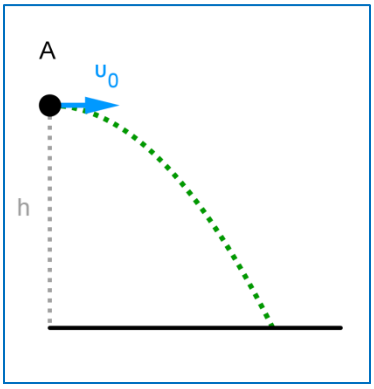
Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε.(Α-Δ): $K_{(\Delta)} - K_{(A)} = W_B \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \cancel{U_A}^{0} - U_\Delta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -\left(-mgh\right) \Rightarrow m\upsilon_2^2 - m\upsilon_0^2 = 2mgh \Rightarrow \upsilon_2^2 = \upsilon_0^2 + 2gh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}$$

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1.2



Το μικρό σώμα του διπλανού σχήματος εκτοξεύεται την χρονική στιγμή $t=0$ με $\upsilon_0 = 5\, m/s$ από ύψος $h=20m$ από το σημείο Α και εκτελεί οριζόντια βολή.

α) Να βρείτε την χρονική στιγμή που το σώμα φθάνει στο έδαφος.

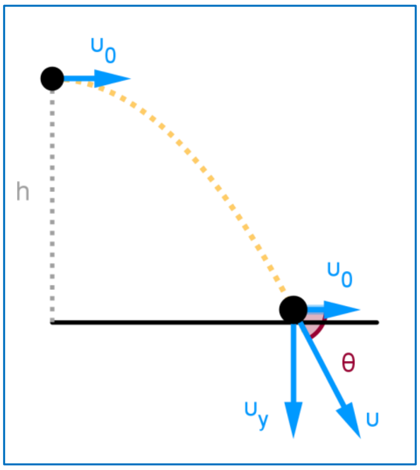
β) Να βρείτε το βεληνεκές.

γ) Την ταχύτητα λίγο πριν χτυπήσει στο έδαφος. Δίνεται $g = 10\, m/s^2$.

Απάντηση

α) $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2\cdot 20}{10}} = \sqrt{4} = 2\sec$

β) $S = \upsilon_0 t = 5\cdot 2 = 10m$



γ) $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon = \sqrt{5^2 + (10\cdot 2)^2} = \sqrt{5^2 + 20^2} = \sqrt{25+400} \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon = \sqrt{425}\, m/s$ (το μέτρο)

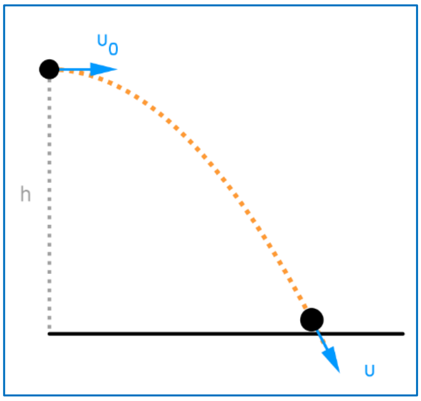
$\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \dfrac{gt}{\upsilon_0} = \dfrac{10\cdot 2}{5} = 4$ (διεύθυνση)

Άσκηση 1.3

Σώμα μάζας m εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t=0$ από ύψος $h=180m$ με οριζόντια ταχύτητα υ_0 και φθάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 100\, m/s$.

Να βρείτε:

α) Την ταχύτητα της σφαίρας στο κατακόρυφο άξονα την στιγμή που φθάνει στο έδαφος.



β) Την αρχική ταχύτητα.

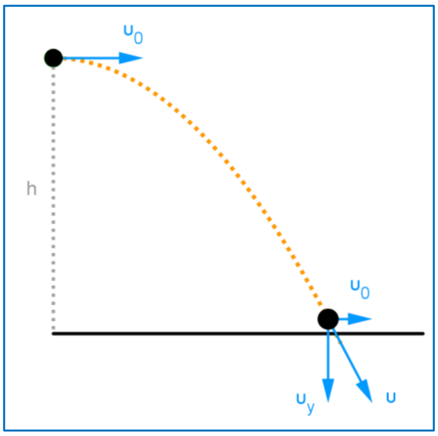
γ) Τον χρόνο που η σφαίρα χτυπά στο έδαφος.

δ) Τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 2\sec$.

ε) Το ύψος πάνω από το έδαφος όπου η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της βαρυτικής.

Δίνεται $g = 10\, m/s^2$.

Απάντηση



γ) $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 180}{10}} = \sqrt{36} = 6\sec$

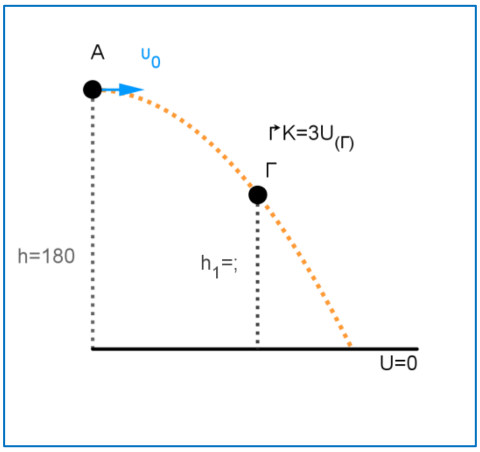
α) $\upsilon_y = gt = 10 \cdot 6 = 60\, m/s$

β)

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_0^2 + \upsilon_y^2 \Rightarrow 10000 = \upsilon_0^2 + 3600 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_0^2 = 6400 \Rightarrow \upsilon_0 = 80\, m/s$$

δ) $x = \upsilon_0 t \Rightarrow x = 80 \cdot 2 = 160m$ και $y = \dfrac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = \dfrac{1}{2} 10 \cdot 4 = 20m$



ε) Θ.Μ.Κ.Ε.(Α – Γ):

$$\mathrm{K}_\Gamma - \mathrm{K}_\mathrm{A} = W_\mathrm{B} \Rightarrow 3U_{(\Gamma)} - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = U_{(\mathrm{A})} - U_{(\Gamma)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4U_{(\Gamma)} - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = U_{(\mathrm{A})} \Rightarrow$$

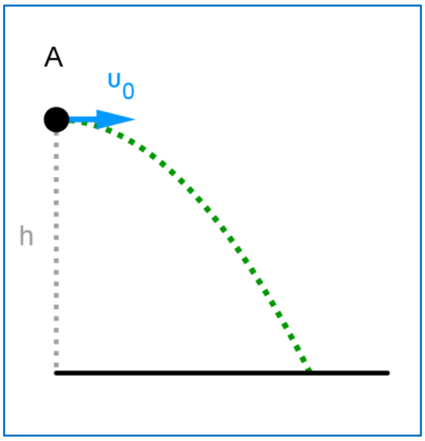
$$\Rightarrow 4mgh_1 - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = mgh \Rightarrow 4gh_1 - \frac{\upsilon_0^2}{2} = gh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4gh_1 = \frac{\upsilon_0^2}{2} + gh \Rightarrow h_1 = \frac{\upsilon_0^2}{8g} + \frac{gh}{4g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{80^2}{80} + \frac{180}{4} \Rightarrow h_1 = 80 + 45 \Rightarrow h_1 = 125m$$

ΑΛΥΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1.4



Σώμα μάζας m εκτοξέυεται με αρχική ταχύτητα u_o =10 m/s , από ύψος h= 20m από το έδαφος όπως στο σχήμα. Να βρείτε :

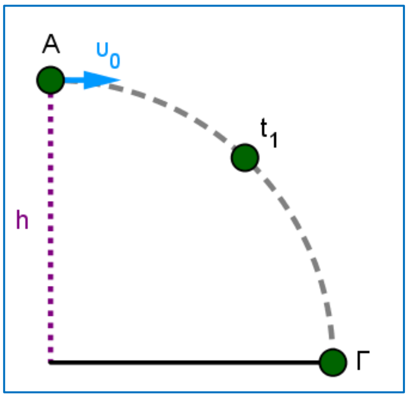
α) Την οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα μέχρι την χρονική στιγμη t= 1s.

β) Την κατακόρυφη απόκλιση την ίδια χρονική στιγμή.

γ) Σε πόσο χρόνο φθάνει στο έδαφος. Δίνεται: g= 10m/s^2

(Απάντηση: **α)** 10m , **β)** 5m, **γ)** 2s)

Άσκηση 1.5



Σώμα μάζας m εκτοξέυεται με χρονική στιγμή t=0 από σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση h=40m με αρχική ταχύτητα u_o =10m/s.

Να βρείτε :

α) Την χρονική στιγμή t_1 που το σώμα θα βρίσκεται σε απόσταση από το έδαφος h_1 =20m.

β) Την οριζόντια απόσταση την ίδια χρονική στιγμή .

γ) Να σχεδιάσετε την επιτάχυνση του σώματος την χρονική στιγμή t_1.

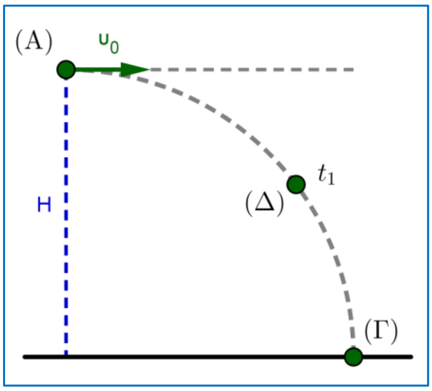
δ) Να βρείτε υην κατακόρυφη ταχύτητα την χρονική στιγμή t_1.

Δίνεται: g= 10m/s^2

(Απάντηση: **α)** 2s, **β)** 20m , **δ)** 20m/s)

Άσκηση 1.6

Σώμα μάζας m εκτοξέυεται με χρονική στιγμή t=0 από σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση h=20m με αρχική ταχύτητα u_o =10m/s όπως στο παρακάτω σχήμα. Το σώμα λίγο πριν χτυπήσει στο έδαφος διανύει οριζόντια απόσταση ΟΓ.



Να βρείτε :

α) Σε πόσο χρόνο το σώμα θα φτάσει στο σημείο Γ.

β) Ποιο είναι το βεληνεκές του σώματος

γ) Την χρονική στιγμή t_1 το σώμα βρίκεται στο σημείο Δ της τροχίας που απέχει οριζόντια αποστάση από την κατακόρυφη που διέρχεται από το σημείο Γ απόσταση $x_1 = 10m$. Να βρείτε την χρονική στιγμή t_1 την οριζόντια και την κατακόρυφη απόσταση. Δίνεται: g= 10m/s^2.

(Απάντηση: **α)** 2s, **β)** 20m, **γ)** 20m, 5m)

Άσκηση 1.7

Σώμα μάζας m εκτοξέυεται με χρονική στιγμή t=0 από σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση h με αρχική ταχύτητα u_o =10m/s. Να επιλέξετε και να δικαιολογήσετε την αποψή σας ποια χρονική στιγμή η οριζόντια απόσταση είναι ίση με την κατακόρυφη.

α) t=2s **β)** t=4s **γ)** t=8s

(Απάντηση: α)

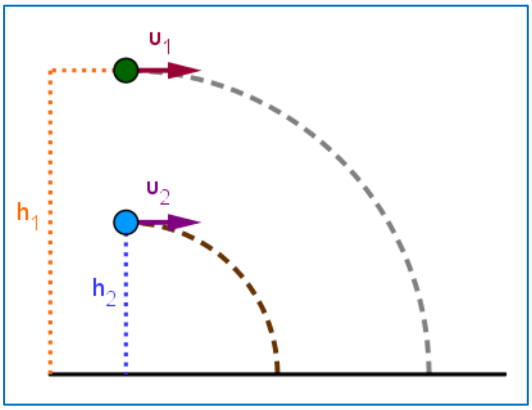
Άσκηση 1.8

Σώμα μάζας m εκτοξέυεται με χρονική στιγμή t=0 από σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση h=10m με αρχική ταχύτητα u_o=10m/s. Την χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται σε μία θέση όπου η κινητική ενέργεια του σώματος ισούται με την δυναμική. Να επιλέξετε και να δικαιολογήσετε την άποψη σας , ποιά είναι η χρονική στιγμή t_1.

α) t=2s **β)** $t = \sqrt{2}/2$ s **γ)** t=4s

(Απάντηση: β)

Άσκηση 1.9



Δύο σώματα μάζας m_1 και m_2 εκτοξέυονται την χρονική στιγμή t=0 από την ίδια κατακόρυφο με ταχύτητα u_1=5m/s και u_2. Τα σώματα την t=0 απέχουν από το έδαφος απόσταση h_1=40m και h_2=10m όπως στο σχήμα . Αν τα δύο σώματα έχουν το ίδιο βεληνεκές . Να βρείτε:

α) Την ταχύτητα u_2.

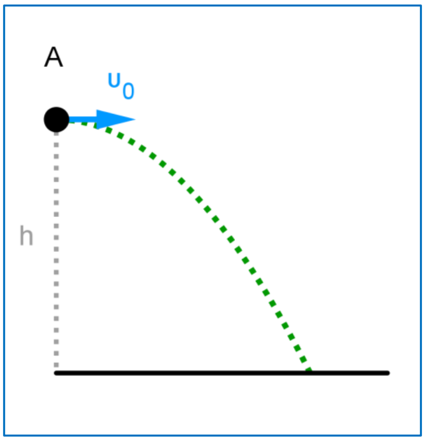
β) Τον λόγο $\frac{t_1}{t_2}$ όπου τα δύο σώματα φτάνουν στο έδαφος.

γ) Το βεληνεκές των δύο σωμάτων.

δ) Πόσο απέχουν τα δύο σώματα την χρονική στιγμή $t_1 = 1$s.

Δίνεται: g= 10m/s^2 (Απάντηση: **α)** 10m/s , **β)** 2, **γ)** $10\sqrt{2}$, **δ)** $\sqrt{925}$)

Άσκηση 1.10



Σώμα μάζας m=1kg εκτοξέυεται με χρονική στιγμή t=0 από σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση h=20m με αρχική ταχύτητα u_o =10m/s όπως στο σχήμα . Αν θεωρήσουμε επ'ιπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την ευθεία που περνά από το σημείο Α. Να βρείτε :

α) Το έργο του βάρους από την χρονική στιγμή t=0 εως την χρονική στιγμή t=1s.

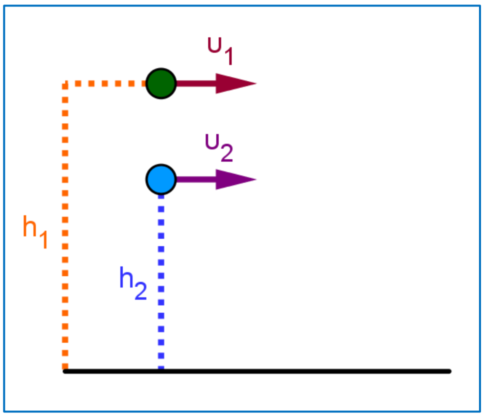
β) Το έργο του βάρους από την χρονική στιγμή t=0 εως την χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

γ) Την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή t_1 και την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος .

δ) Την γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του σώματος λίγο πριν φθάσει στο έδαφος με τον οριζόντιο άξονα . Δίνεται: g= 10m/s^2

(Απάντηση: **α)** 50J, **β)** 200J, **γ)** $10\sqrt{2}$, $10\sqrt{5}$, **δ)** εφφ=2)

Άσκηση 1.11



Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 την χρονική στιγμή t=0 εκτοξέυονται από ύψη h_1 και h_2 αντίστοιχα όπως του διπλανού σχήματος. Αν δίνεται $u_1 = u_2$ και $h_1 = 4h_2$. Να επιλέξετε και να δικαιολογήσετε την απάντηση σας:

Α. Ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει το σώμα m_1 στο έδαφος t_1 σε σχέση με τον χρόνο που χρειάζεται το σώμα m_2 για να φτάσει στο έδαφος t_2 είναι :

α) $t_1 = 2t_2$ **β)** $t_1 = t_2$ **γ)** $t_1 = 4t_2$

Β. Το βεληνεκές S_1 σε σχέση με το βεληνεκές S_2 είναι:

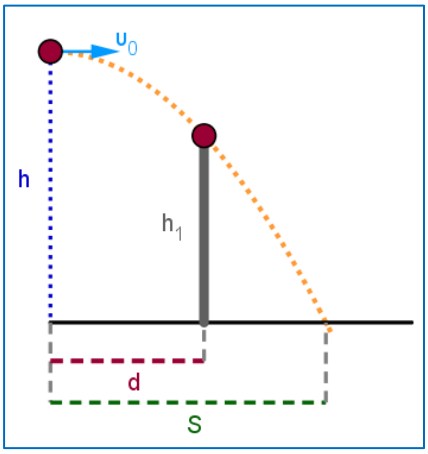
α) $S_1 = 4S_2$ **β)** $S_1 = 2S_2$ **γ)** $S_1 = \frac{S_2}{2}$

Γ. Η οριζόντια απόσταση των δύο σωμάτων όταν βρίσκονται στο έδαφος είναι:

α) $\chi = u\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ **β)** $\chi = u\sqrt{\frac{g}{2h_1}}$ **γ)** $\chi = \sqrt{\frac{h_1}{2g}}$

(Απάντηση: **Α)** α , **Β)** β, **Γ)**)

Άσκηση 1.12



Σώμα μάζας m εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα u_o από ύψος Η την χρονική στιγμή t=0. Το σώμα διανύει οριζόντια απόσταση S=100m μέχρι χτυπήσει στο έδαφος. Σε οριζόντια απόσταση d από την κατακόρυφο που εκτοξεύσαμε το σώμα, τοποθετούμε ένα στύλο (ΔΕ) με ύψος $h_1 = \frac{3H}{4}$ όπως στο σχήμα. Να βρείτε:

α) Την οριζόντια απόσταση d.

β) Όταν το σώμα διέρχεται από το σημείο Ε έχει ταχύτητα διπλάσια της αρχικής. Να βρείτε την αρχική ταχύτητα εάν δίνεται το ύψος h=6m.

γ) Να βρείτε την μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα κατά την διάρκεια της οριζόντιας βολής .

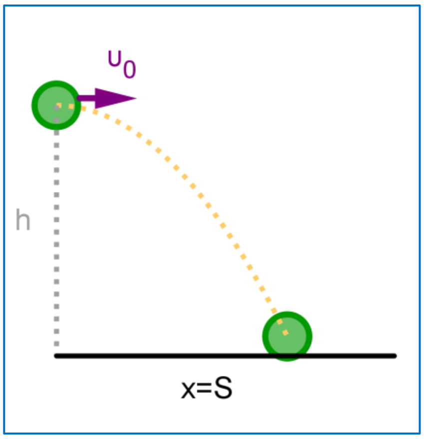
δ) Αν δίνεται το σώμα μετά την κρούση με το έδαφος ακινοτοποιείται, να βρείτε την θερμότητα που αναπτύσεται κατά την διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται: g= 10m/s^2

(Απάντηση: **α)** 50m, **β)** $\sqrt{10}m/s$, **γ)** $\sqrt{130}m/s$, **δ)** 65J)

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 4

Πως βρίσκεται η εξίσωση της τροχιάς (δηλαδή πως συνδέονται τα μεγέθη *x* , *y* χωρίς τον χρόνο).



$$x = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0} \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \overset{\text{από (1)}}{\Rightarrow} y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{\upsilon_0}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{g x^2}{2\upsilon_0^2} \quad (2)$$

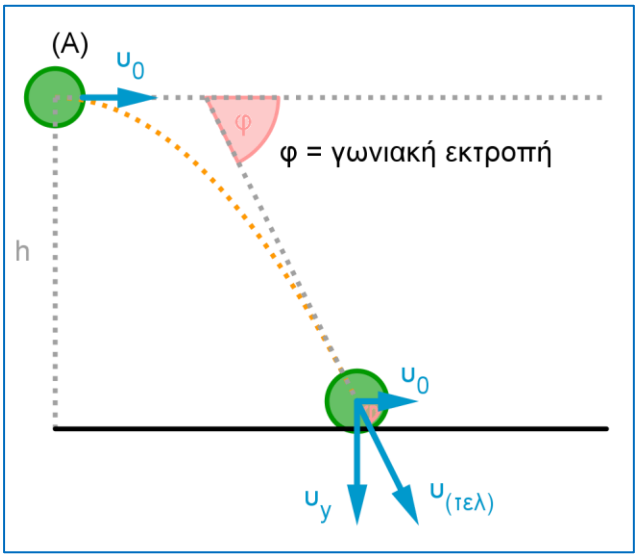
Τη στιγμή που φθάνει στο έδαφος ισχύει $\begin{matrix} x = S \\ y = h \end{matrix}$.

Άρα $h = \dfrac{g \cdot S^2}{2\upsilon_0^2}$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 5

Πως βρίσκεται η γωνιακή εκτροπή

Γωνιακή εκτροπή είναι η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις της αρχικής – τελικής ταχύτητας.



Μπορούμε να βρούμε την φ από τον ορισμό της εφαπτομένης – ημιτόνου – συνημιτόνου.

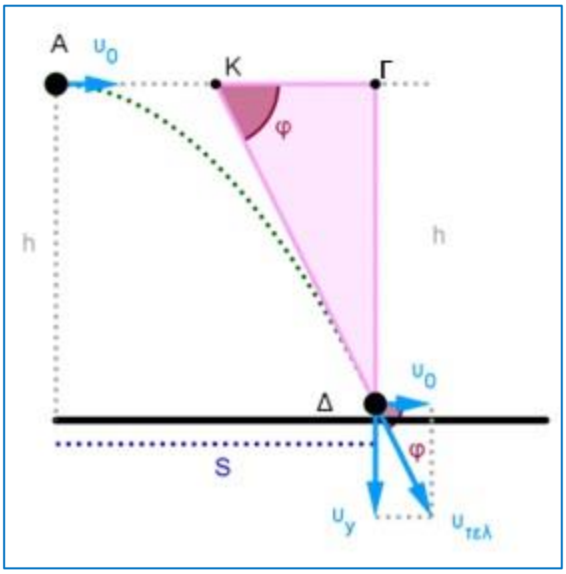
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{gt}{\upsilon_0} = \frac{g\sqrt{2h/g}}{\upsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\sqrt{\dfrac{2hg^2}{g}}}{\upsilon_0} = \frac{\sqrt{2hg}}{\upsilon_0}$$

Εκείνο που θέλει προσοχή είναι η εξής πρόταση:

Όταν προεκτείνουμε την τελική ταχύτητα τέμνει την διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας στο μέσο του βεληνεκούς.

$\text{AK} = \text{K}\Gamma = S/2$



<u>Απόδειξη</u>:

Τρίγωνο ΚΓΔ: $\varepsilon\phi\varphi = \dfrac{h}{\text{K}\Gamma}$ (1)

Μικρό τρίγωνο: $\varepsilon\phi\varphi = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_0}$ (2)

Από (1) και (2): $\dfrac{h}{\text{K}\Gamma} = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_0} \Rightarrow \dfrac{\frac{1}{2}gt^2}{\text{K}\Gamma} = \dfrac{gt}{\upsilon_0} \Rightarrow$

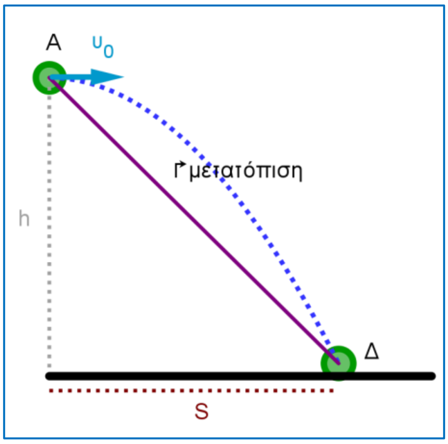
$\Rightarrow \dfrac{t}{2(\text{K}\Gamma)} = \dfrac{1}{\upsilon_0} \Rightarrow \upsilon_0 t = 2(\text{K}\Gamma) \Rightarrow$

$\Rightarrow S = 2(\text{K}\Gamma) \Rightarrow \text{K}\Gamma = \dfrac{S}{2}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 6

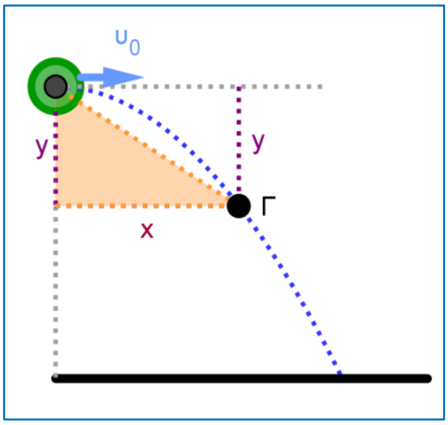
Πως βρίσκεται η μετατόπιση

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.



Η μετατόπιση $\text{A}\Delta = \sqrt{S^2 + h^2}$ όπου

$S = \upsilon_0 t = \upsilon_0 \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$.



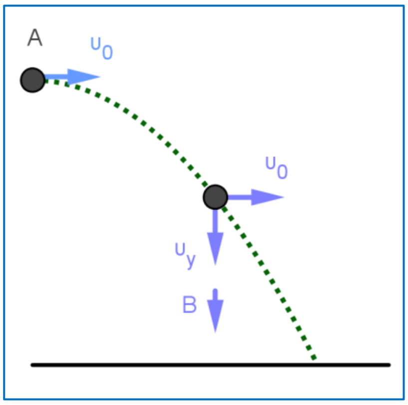
Η μετατόπιση $\text{A}\Gamma = \sqrt{y^2 + x^2}$

$y = \dfrac{1}{2}gt^2$

$x = \upsilon_0 t$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 7

Πως βρίσκονται οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας και μεταβολής της δυναμικής ενέργειας λόγω βάρους



$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = B \cdot \upsilon_y = m \cdot g \cdot g \cdot t = m \cdot g^2 \cdot t$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -B \cdot \upsilon_y \text{ (λέγεται και ισχύς βάρους)}$$

$$K + U = \Sigma TA\Theta \Rightarrow \Delta(K+U) = \Delta(\Sigma TA\Theta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta(K+U) = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \Rightarrow$$

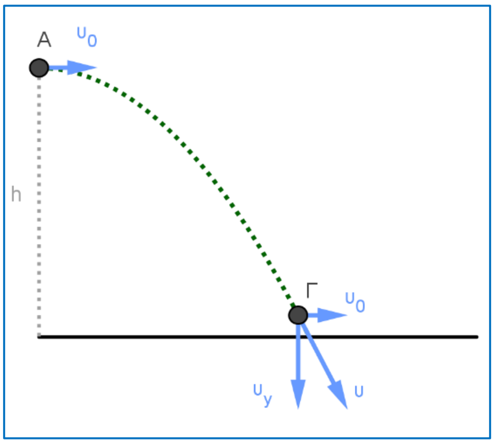
$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{\Delta K}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta t} = -mg\upsilon_y = -mg^2 t$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 8

Πως βρίσκεται η μεταβολή της ταχύτητας

✦ Υπάρχουν δύο τρόποι.

Α΄ τρόπος: είναι ο πιο εύκολος για την οριζόντια βολή.



$$\Delta\overrightarrow{\upsilon_{(x)}} = \overrightarrow{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda(x)}} - \overrightarrow{\upsilon_{\alpha\rho\chi(x)}}$$

$$\Delta\upsilon_{(x)} = \upsilon_0 - \upsilon_0 = 0$$

$$\Delta\overrightarrow{\upsilon_{(y)}} = \overrightarrow{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda(y)}} - \overrightarrow{\upsilon_{\alpha\rho\chi(y)}}$$

$$\Delta\upsilon_{(y)} = \upsilon_y - 0 \Rightarrow \Delta\upsilon_{(y)} = \upsilon_y = gt$$

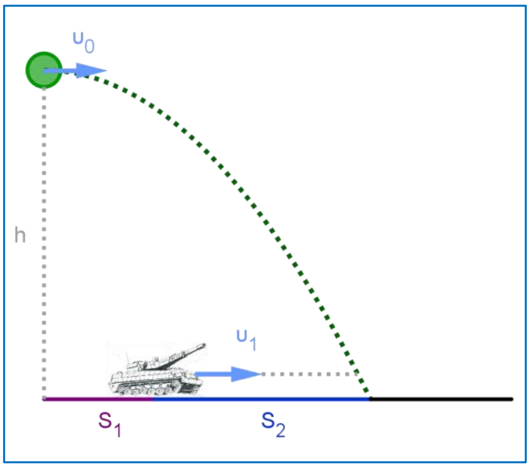
Άρα $\Delta\upsilon = \sqrt{\Delta\upsilon_{(x)}^2 + \Delta\upsilon_{(y)}^2} \Rightarrow \Delta\upsilon = \Delta\upsilon_y \Rightarrow \Delta\upsilon = gt \Rightarrow \Delta\upsilon = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2hg^2}{g}} = \sqrt{2hg}$

Β΄ τρόπος: Την πρόσθεση του αντίθετου διανύσματος που θα τον δούμε πιο αναλυτικά στο κεφάλαιο Ορμής – Κρούσης.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 9

Πως βρίσκουμε τον χρόνο συνάντησης δύο κινητών

Α. Τα κινητά να κινούνται ομόρροπα.



$S_1 =$ αρχική οριζόντια απόσταση των δύο σωμάτων

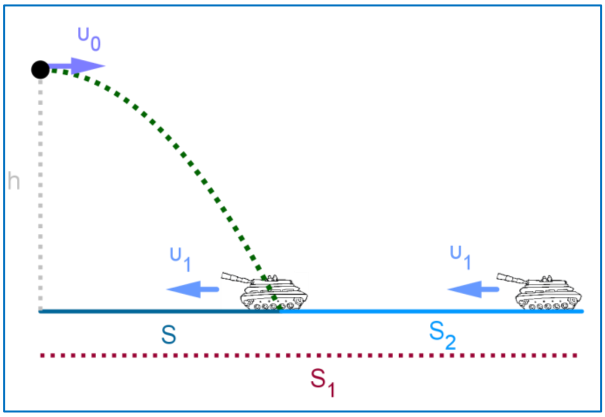
$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow \upsilon_0 t = S_1 + \upsilon_1 t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t(\upsilon_0 - \upsilon_1) = S_1 \Rightarrow t = \frac{S_1}{\upsilon_0 - \upsilon_1} \quad (1)$$

και όπου $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2)

Από (1) και (2) βρίσκουμε: υ_0 ή υ_1 ή S_1 ή h.

Β. Τα κινητά να κινούνται αντίρροπα.



$S_1 =$ αρχική απόσταση των δύο σωμάτων

$$S_1 = S + S_2 \Rightarrow S_1 = \upsilon_0 t + \upsilon_1 t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_1 = t(\upsilon_0 + \upsilon_1) \Rightarrow t = \frac{S_1}{\upsilon_0 + \upsilon_1} \quad (1)$$

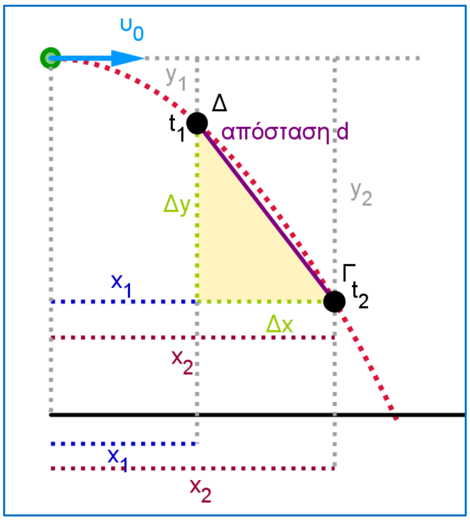
όπου $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2)

Από (1) και (2) βρίσκουμε: υ_0 ή υ_1 ή S_1 ή h.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ 10

Πως βρίσκεται η απόσταση μεταξύ δύο χρονικών στιγμών

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.



Την απόσταση μεταξύ των χρονικών στιγμών t_1 και t_2 την ονομάζουμε d και $d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ (1)

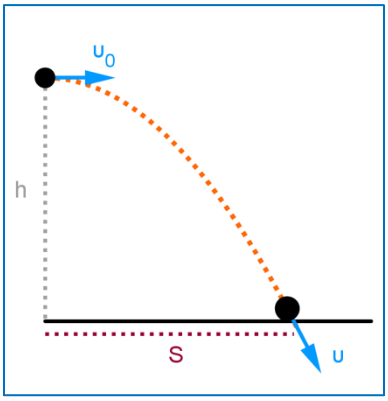
$$\Delta x = x_2 - x_1 = \upsilon_0 t_2 - \upsilon_0 t_1 = \upsilon_0 (t_2 - t_1) \Rightarrow \Delta x = \upsilon_0 \Delta t \quad (2)$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = \frac{1}{2} g t_2^2 - \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} g \left(t_2^2 - t_1^2\right) \quad (3)$$

Από (1), (2) και (3) βρίσκουμε την d.

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1.13



Από ύψος h από το έδαφος εκτοξεύεται την $t=0$ σημειακό αντικείμενο με οριζόντια αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 15\, m/s$ και την χρονική στιγμή t_1 φθάνει στο έδαφος έχοντας οριζόντια μετατόπιση μέτρου $S_1 = 75m$

Να βρείτε:

α) Το ύψος h.

β) Να γράψετε την εξίσωση της τροχιάς.

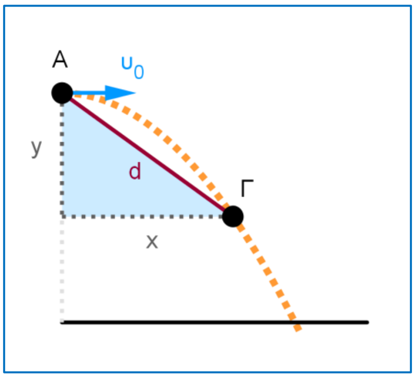
γ) Να βρείτε την απόσταση του σημειακού αντικειμένου από το σημείο εκτόξευσης την χρονική στιγμή $t_2 = 4\sec$. Δίνεται $g = 10\, m/s^2$.

Απάντηση

α) $S = \upsilon_0 t \Rightarrow t = \dfrac{S_1}{\upsilon_0} = \dfrac{75}{15} \Rightarrow t = 5\sec$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}10 \cdot 5^2 \Rightarrow h = 5 \cdot 25 \Rightarrow h = 125m$$

β) $y = \dfrac{gx^2}{2\upsilon_0^2} \Rightarrow y = \dfrac{10x^2}{2 \cdot 15^2} \Rightarrow y = \dfrac{10x^2}{2 \cdot 225} \Rightarrow y = \dfrac{10x^2}{450} \Rightarrow y = \dfrac{x^2}{45}$ (m)



γ) $y = \dfrac{1}{2}gt_4^2 = 5 \cdot 4^2 = 5 \cdot 16 = 80m$

$x = \upsilon_0 t_4 = 15 \cdot 4 = 60\, m$

$d = \sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{6400 + 3600} = \sqrt{10000} \Rightarrow d = 100\, m$

Άσκηση 1.14

Δίνεται η εξίσωση της τροχιάς ενός σώματος που κάνει οριζόντια βολή $y=\frac{x^2}{20}$ (S.I.). Να βρείτε:

α) Την αρχική ταχύτητα υ_0.

β) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή που φθάνει στο έδαφος εάν είναι γνωστό ότι η οριζόντια μετατόπιση και η κατακόρυφη έχουν ίσα μέτρα. Δίνεται $g=10\,{}^{m}\!/_{s^2}$.

Απάντηση

α) $\left.\begin{array}{l} y=\dfrac{gx^2}{2\upsilon_0^2} \\ y=\dfrac{x^2}{20} \end{array}\right\rangle$ Μέθοδο αντιστοίχησης: $\frac{g}{2\upsilon_0^2}=\frac{1}{20}\Rightarrow\frac{10}{2\upsilon_0^2}=\frac{1}{20}\Rightarrow 2\upsilon_0^2=200\Rightarrow$

$\Rightarrow\upsilon_0^2=100\Rightarrow\upsilon_0=10\,{}^{m}\!/_{s}$

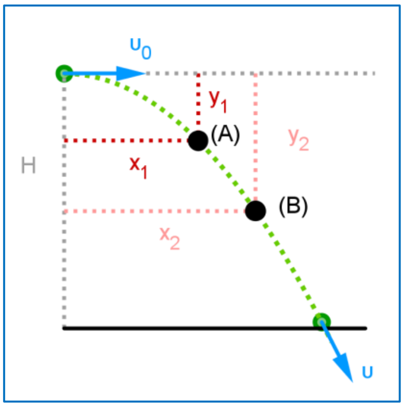
β) $y=x\Rightarrow\frac{1}{2}gt^2=\upsilon_0 t\Rightarrow S\cdot t=\upsilon_0\Rightarrow t=\frac{\upsilon_0}{S}\Rightarrow t=2\sec$

$\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+\upsilon_y^2}=\sqrt{\upsilon_0^2+(gt)^2}=\sqrt{100+(10\cdot 2)^2}=\sqrt{100+400}=\sqrt{500}\Rightarrow$

$\Rightarrow\upsilon=10\sqrt{5}$ (το μέτρο)

$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_0}=\frac{gt}{10}=\frac{20}{10}=2$ (διεύθυνση)

Άσκηση 1.15



Σώμα εκτοξεύεται με υ_0 από ύψος H. Την χρονική στιγμή t_1 το σώμα περνά από το σημείο Α και έχει μετατοπισθεί κατά $x_1 = 40m$ και την χρονική στιγμή t_2 περνά από την θέση Β και έχει μετατοπισθεί κατά $x_2 = 60m$. Τις ίδιες χρονικές στιγμές το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά y_1, y_2 ώστε $\Delta y = y_2 - y_1 = 100m$. Το σώμα φθάνει στο έδαφος $2\sec$ μετά την στιγμή που περνά από το σημείο Β. Να βρείτε:

α) Την αρχική ταχύτητα υ_0.

β) Το αρχικό ύψος που έγινε η εκτόξευση και το βεληνεκές.

Δίνεται $g = 10\, m/s^2$.

Απάντηση

α) $$\left.\begin{aligned} x_1 &= \upsilon_0 t_1 \\ x_2 &= \upsilon_0 t_2 \end{aligned}\right\rangle \frac{x_1}{x_2} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{40}{60} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{3t_1}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} y_2 &= \frac{1}{2} g t_2^2 \\ y_1 &= \frac{1}{2} g t_1^2 \end{aligned}\right\rangle y_2 - y_1 = 100 \Rightarrow \frac{1}{2} g \left(t_2^2 - t_1^2\right) = 100 \Rightarrow 5\left(\frac{9t_1^2}{4} - t_1^2\right) = 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\left(\frac{5t_1^2}{4}\right) = 100 \Rightarrow 25t_1^2 = 400 \Rightarrow t_1^2 = \frac{400}{25} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{400}{25}} \Rightarrow t_1 = \frac{20}{5} = 4\sec$$

Άρα $t_2 = \frac{3t_1}{2} = 6\sec$

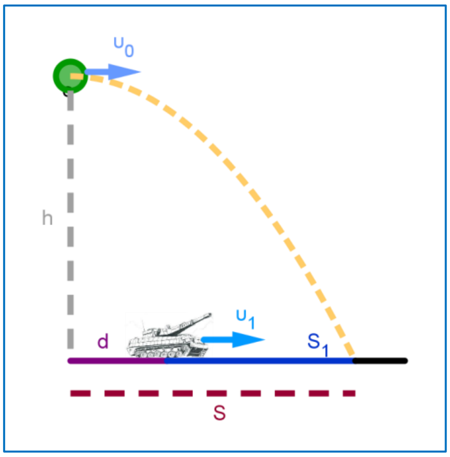
$$x_1 = \upsilon_0 t_1 \Rightarrow 40 = \upsilon_0 \cdot 4 \Rightarrow \upsilon_0 = 10\, m/s$$

β) $t_{ολ} = 2 + t_2 \Rightarrow t_{ολ} = 8\sec$

$$H = \frac{1}{2} g t^2 = 5 \cdot 8^2 = 5 \cdot 64 = 320m$$

$$S = \upsilon_0 t = 10 \cdot 8 = 80m$$

Άσκηση 1.16



Βομβαρδιστικό αεροπλάνο κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon_0 = 200\, m/s$ σε ύψος $H = 500m$ από το έδαφος. Ξαφνικά αφήνει μια βόμβα να πέσει για να χτυπήσει το τανκ που κινείται στο έδαφος με $\upsilon_1 = 10\, m/s$. Να βρεθεί η οριζόντια απόσταση αεροπλάνου - τανκ τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα ώστε αυτή να χτυπήσει το τανκ στην περίπτωση που το τανκ κινείται:

α) ομόρροπα με το αεροπλάνο.

β) αντίρροπα με το αεροπλάνο.

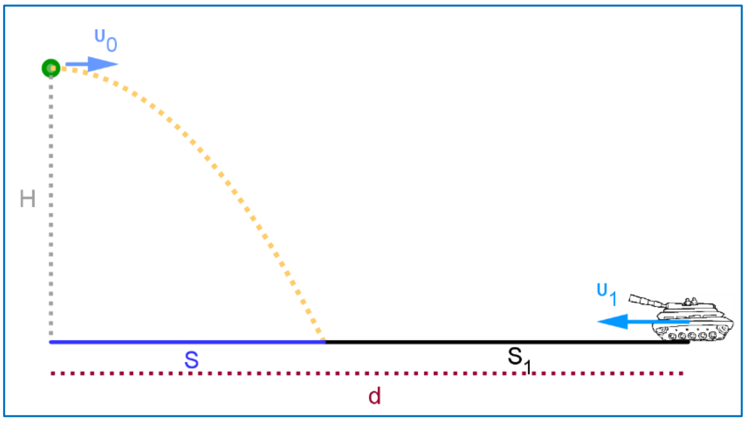
Απάντηση

α) $S = d + S_1 \Rightarrow \upsilon_0 t = d + \upsilon_1 t \Rightarrow d = \upsilon_0 t - \upsilon_1 t \Rightarrow d = t(\upsilon_0 - \upsilon_1) \Rightarrow d = \sqrt{\frac{2h}{g}}(\upsilon_0 - \upsilon_1) \Rightarrow$

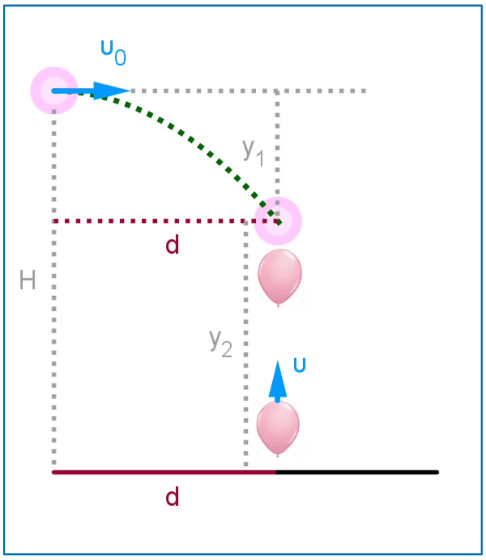
$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{2500}{10}}(200 - 10) \Rightarrow d = 10 \cdot 190 \Rightarrow d = 1900m$

β) $d = S + S_1 \Rightarrow d = \upsilon_0 t + \upsilon_1 t \Rightarrow d = t(\upsilon_0 + \upsilon_1) \Rightarrow d = \sqrt{\frac{2h}{g}}(\upsilon_0 + \upsilon_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow d = 10(200 + 10) = 10 \cdot 210 \Rightarrow d = 2100m$



Άσκηση 1.17



Το μπαλόνι του σχήματος αφήνεται από το έδαφος έτσι ώστε να ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 2\, m/s$.Την ίδια στιγμή και από οριζόντια απόσταση $d = 60m$ από το σημείο που αφήνουμε το μπαλόνι εκτοξεύουμε οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon_0 = 20\, m/s$. Αν δίνεται ότι το σώμα πετυχαίνει το μπαλόνι, να βρείτε:

α) Την κατακόρυφη απόσταση που διανύει το μπαλόνι μέχρι να συγκρουσθεί με το σώμα.

β) Το ύψος H . Δίνεται $g = 10\, m/s^2$.

Απάντηση

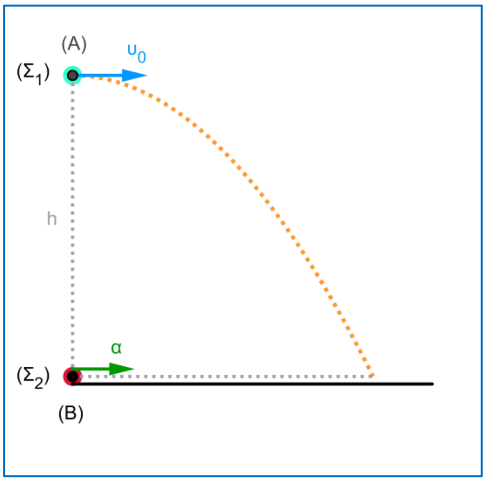
α) $d = \upsilon_0 t \Rightarrow t = \dfrac{d}{\upsilon_0} \Rightarrow t = \dfrac{60}{20} = 3\sec$

$y_2 = \upsilon t \Rightarrow y_2 = 2 \cdot 3 = 6m$

$y_1 = \dfrac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y_1 = \dfrac{1}{2} 10 \cdot 3^2 = 45m$

β) $H = 45 + 6 = 51m$

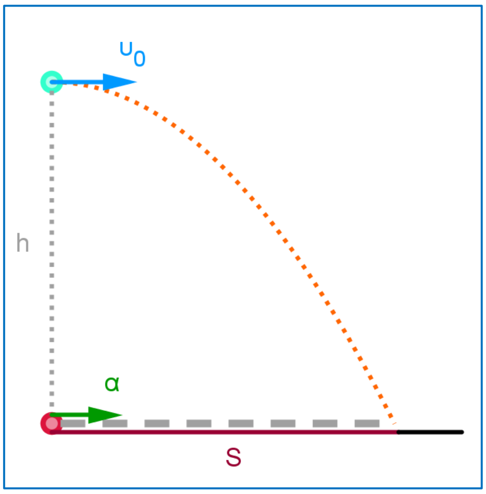
Άσκηση 1.18



Μικρό σώμα Σ_1 εκτοξεύεται την $t = 0$ με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon_0 = 5\, m/s$ από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = 20m$ πάνω από το έδαφος. Την ίδια χρονική στιγμή $t = 0$ μικρό σώμα Σ_2 ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ από το σημείο (Β) του εδάφους που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το σημείο Α. Τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα σε σημείο Γ του εδάφους.

Να βρείτε την $\vec{\alpha}$.

Απάντηση

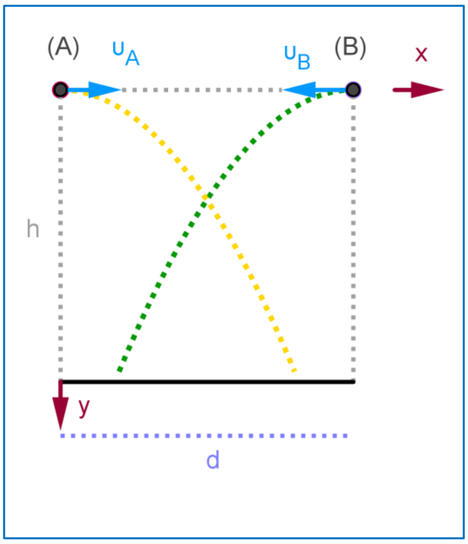


$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 20}{10}}=2\sec$$

$$S=\upsilon_0 t \Rightarrow S=5\cdot 2=10m$$

$$S=\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \alpha=\frac{20}{t^2}=\frac{20}{4}\Rightarrow \alpha=5\,{}^{m}\!/\!_{s^2}$$

Άσκηση 1.19



Από τα σημεία Α, Β που βρίσκονται στο ίδιο ύψος $h=180m$ και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=120m$, ρίχνονται την ίδια χρονική στιγμή $t=0$ δύο σώματα με αντίρροπες ταχύτητες που έχουν μέτρα $\upsilon_A=20\,{}^{m}\!/\!_{s}$ και $\upsilon_B=10\,{}^{m}\!/\!_{s}$.

α) Να αποδείξετε ότι τα σώματα σίγουρα θα συναντηθούν και να βρεθεί η χρονική στιγμή της συνάντησής τους.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου συνάντησης εάν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα δεξιά και προς τα κάτω και η αρχή των αξόνων βρίσκεται στο σημείο Α.

Δίνεται $g=10\,{}^{m}\!/\!_{s^2}$.

Απάντηση

α) Κάθε χρονική στιγμή θα βρίσκονται σε οριζόντια θέση διότι διαγράφουν την ίδια κατακόρυφη απόσταση y.

$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_A = y_B$

$t_A = t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 180}{10}} = \sqrt{36} = 6\sec$

β) $x_A = \upsilon_A t = 20 \cdot 6 = 120$

$x_B = \upsilon_B t = 10 \cdot 6 = 60$

$x_A = \upsilon_A t = 20t$

$x_B = d - \upsilon_B t = 120 - 10t$

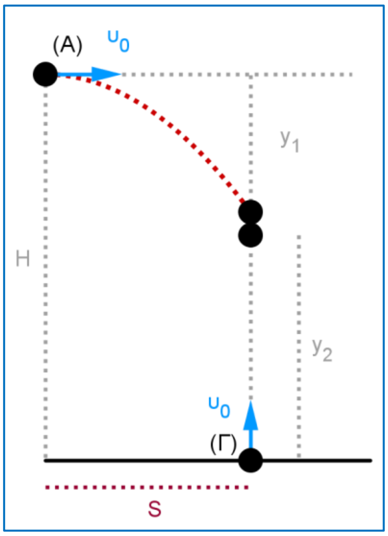
$x_A = x_B \Rightarrow 20t = 120 - 10t \Rightarrow 30t = 120 \Rightarrow t = 4\sec$

Άρα $y_A = \frac{1}{2}gt^2 = 5 \cdot 4^2 = 80m$ και $x_A = \upsilon_A t = 20 \cdot 4 = 80m$.

Άρα το σημείο συνάντησης έχει $(80,80)$.

Άσκηση 1.20

Εκτόξευση με χρονική καθυστέρηση



Εάν την $t = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα Γ και μετά από χρονική καθυστέρηση εκτοξεύουμε το σώμα Α, να βρείτε την χρονική καθυστέρηση Δt.

Απάντηση

$y_2 = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad , \quad y_1 = \frac{1}{2}g(t-\Delta t)^2$

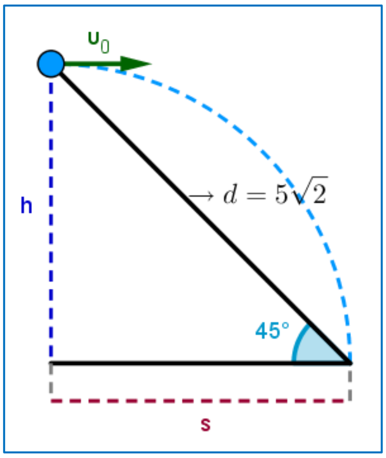
$S = \upsilon_0 (t - \Delta t) \Rightarrow t - \Delta t = \frac{S}{\upsilon_0}$

$y_2 = H - y_1 \Rightarrow \upsilon_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = H - \frac{1}{2}g(t-\Delta t)^2 \Rightarrow \upsilon_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = H - \frac{1}{2}g\left(\frac{S}{\upsilon_0}\right)^2$ από εδώ

βρίσκω το t και μετά την Δt .

ΑΛΥΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1.21



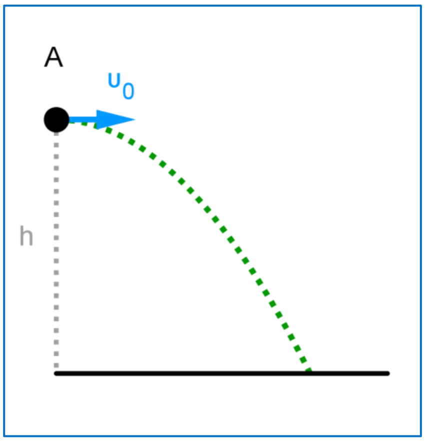
Από κορυφή (Α) κεκλιμένου επιπέδου γωνιας κλίσης φ=45° κτοξέυουμε οριζόντια την χρονική στιγμή t=0 ένα σώμα με αρχική ταχύτητα uo όπως στο σχήμα. Το σώμα όταν συγκρούεται με το επίπεδο βρίσκεται στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Να βρείτε :

α) Την αρχική ταχύτητα u_o.

β) Την μέγιστη ταχύτητα του σώματος κατά την διάρκεια της οριζόντιας βολής. Δίνεται: g= 10m/s^2

(Απάντηση: **α)** 5m/s, **β)** $\sqrt{125}$ m/s)

Άσκηση 1.22



Σώμα μάζας m=1kg εκτοξέυεται την χρονική στιγμή t=0 από σημείο (Α) με οριζόντια ταχύτητα u_o=10m/s όπως στο σχήμα . Όταν το σώμα φτάσει στο έδαφος η γωνιακή εκτροπή του είναι φ=45° . Να βρείτε:

α) Την χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος.

β) Την μεταβολή της ταχύτητας από την χρονική στιγμή t=0 εώς το σώμα να φτάσει στο έδαφος.

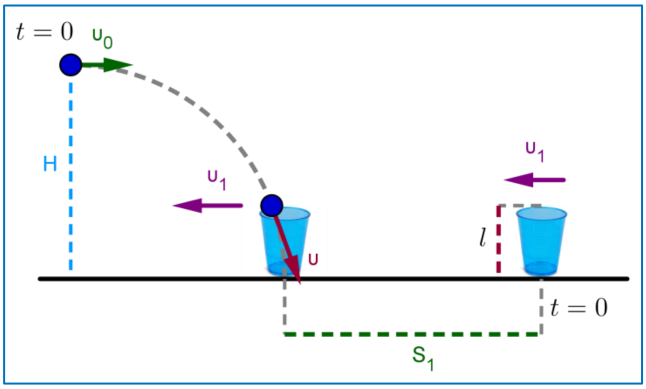
γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώμτος λίγο πριν χτυπήσει στο έδαφος.

δ) Το ύψος όπου εκτοξέυτηκε το σώμα.

ε) Την μετατόπιση του σώματος λίγο πριν την χτυπήσει στο έδαφος.

Δίνεται: g= 10m/s^2 (Απάντηση: **α)** 1s, **β)** 10m/s, **γ)** 100J/s, **δ)** 5m , **ε)** $\sqrt{125}$ m)

Άσκηση 1.23



Σώμα m=1kg μάζας εκτοξέυεται την χρονική στιγμή t=0 από ύψος H=10m με αρχική ταχύτητα u_o=10m/s. Ταυτόχρονα την χρονική στιγμή ένας κουβάς ύψους L εκτοξέυεται με αρχική ταχύτητα u_1=10m/s σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Όταν το σώμα εισέρχεται στον κουβά, ο κουβάς έχει διανύσει διάστημα S_1=10m. Να βρείτε:

α) Το ύψος του κουβά.

β) Η χρονική στιγμή που το σώμα εισέρχεται στον κουβά.

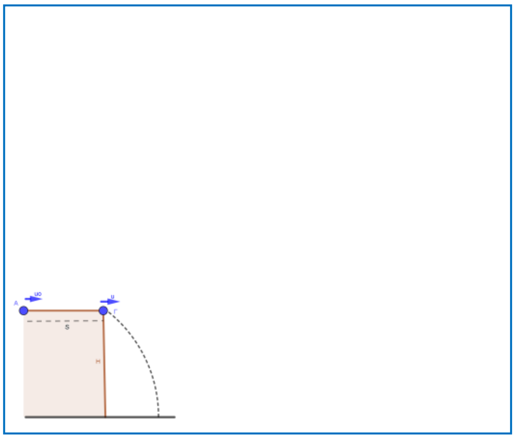
γ) Τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας όταν το σώμα είσερχεται στον κουβά.

δ) Την γωνιακή εκτροπή του σώματος όταν εισέρχεται στον κουβά.

Δίνεται: g= 10m/s^2

(Απάντηση: **α)** L=5m, **β)** 1s, **γ)** 100J/s, **δ)** 45^o)

Άσκηση 1.24



Σώμα μάζας m εκτοξέυεται την χρονική στιγμή t=0 από την άκρη ενός οριζόντιου επιπέδου με αρχική ταχύτητα uo=10m/s όπως στο σχήμα. Το επίπεδο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=1/2 με το σώμα και όταν φτάσει στην άκρη του τραπεζιού έχει διανύσει διάστημα S=3,6m μέχρι την χρονική στιγμή t_1. Να βρείτε :

α) Την ταχύτητα στην θέση Γ του τραπεζιού.

β) Την χρονική στιγμή t_1.

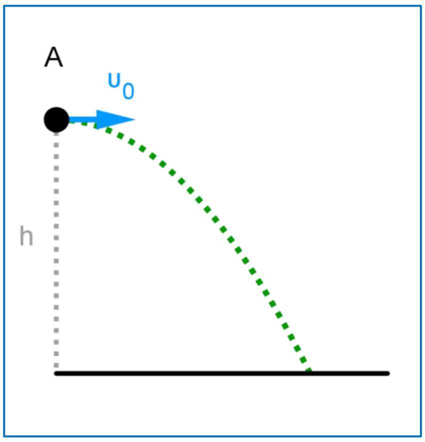
γ) Αν το ύψος του τραπεζιού είναι H=20m, να βρείτε το βεληνεκές.

δ) Να βρείτε την χρονική στιγμή t_2 που το σώμα φτάσει στο έδαφος.

Δίνεται: g= 10m/ s^2

(Απάντηση: **α)** 8m/s , **β)** 0,4s , **γ)** 16m , **δ)** 2,4s)

Άσκηση 1.25

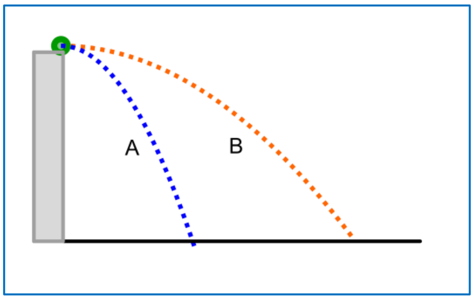


Σώμα μάζας m εκτοξεύεται με χρονική στιγμή t=0 από σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση h=20m με αρχική ταχύτητα u_o =5m/s όπως στο σχήμα. Την χρονική στιγμή $t_1 = 1s$. Να επιλέξετε και να δικαιολογήσετε την άποψη σας, ποια είναι η μετατόπιση του σώματος.

α) $5\sqrt{2}m$ **β)** $10\sqrt{2}m$ **γ)** $4\sqrt{2}m$

(Απάντηση: **α)**)

Άσκηση 1.26



Η σφαίρα του σχήματος εκτοξεύεται δύο φορές με διαφορετικές αρχικές ταχύτητες εκτελώντας οριζόντια βολή, από το ίδιο ύψος h από το έδαφος. Στο σχήμα φαίνεται η τροχιά που ακολουθεί μετά την πρώτη ρίψη (Α) και μετά τη δεύτερη ρίψη (Β) αντίστοιχα.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ο χρόνος που θα κινηθεί η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι:

α) μεγαλύτερος στην τροχιά Α

β) μεγαλύτερος στην τροχιά Β

γ) ίδιος για τις τροχιές Α και Β

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

(Απάντηση: γ)

Άσκηση 1.27

Μαθητής βρίσκεται στην ταράτσα μιας πολυκατοικίας και κρατάει στο δεξί του χέρι ένα μπαλάκι κόκκινου χρώματος και στο αριστερό του ένα όμοιο πράσινου χρώματος. Εκτοξεύει ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος και οριζόντια δύο μπαλάκια, το πράσινο με διπλάσια ταχύτητα από το κόκκινο.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αν η επίδραση του αέρα δεν ληφθεί υπόψη τότε στο έδαφος:

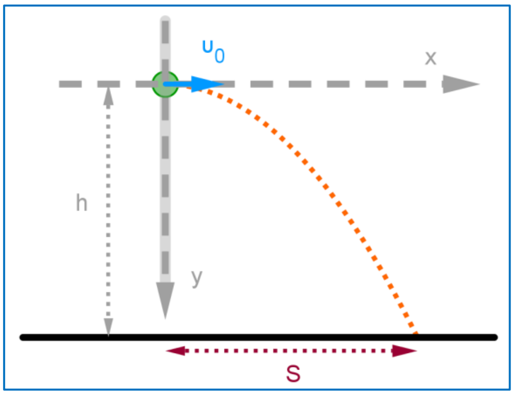
α) φτάνει πρώτα το κόκκινο μπαλάκι

β) φτάνει πρώτα το πράσινο μπαλάκι

γ) και τα δύο μπαλάκια φτάνουν ταυτόχρονα

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. (Απάντηση: γ)

Άσκηση 1.28



Ένα σώμα εκτοξεύεται από ύψος h με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

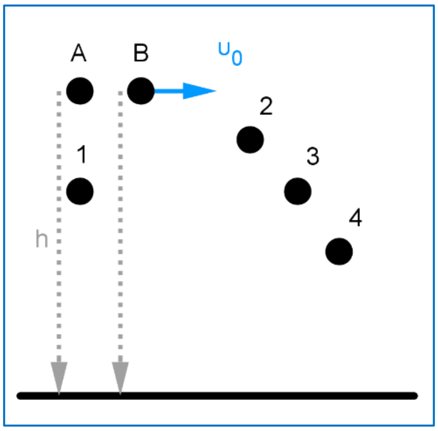
Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Η οριζόντια απόσταση s του σημείου που θα χτυπήσει στο έδαφος από το σημείο εκτόξευσης (βεληνεκές), θα είναι:

α) $s = h$ **β)** $s = 2 \cdot h$ **γ)** $s = \sqrt{2} \cdot h$

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. (Απάντηση: β)

Άσκηση 1.29



Δύο σφαίρες Α και Β βρίσκονται στο ίδιο ύψος h από το έδαφος. Κάποια στιγμή η σφαίρα Α αφήνεται να πέσει προς τα κάτω χωρίς αρχική ταχύτητα. Συγχρόνως η σφαίρα Β εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα υ_0. Μετά από $2\,\text{sec}$ η σφαίρα Α βρίσκεται στη θέση 1.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Την ίδια χρονική στιγμή η σφαίρα Β βρίσκεται στη θέση:

α) 2 **β)** 3 **γ)** 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Θεωρήστε για την κίνηση των δύο σφαιρών αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

(Απάντηση: 3)

Άσκηση 1.30

Μικρή σφαίρα (Κ) αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Μια ίδια σφαίρα (Λ) βάλλεται από το ίδιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Εάν υ_K και υ_Λ είναι τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών τη χρονική στιγμή που φτάνουν στο έδαφος, τότε ισχύει:

α) $\upsilon_K = \upsilon_\Lambda$ **β)** $\upsilon_K > \upsilon_\Lambda$ **γ)** $\upsilon_K < \upsilon_\Lambda$

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. (Απάντηση: γ)

Άσκηση 1.31

Μικρή σφαίρα εκτοξεύεται την χρονική στιγμή $t = 0$ οριζόντια με ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$ από ύψος H από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t = t_1$ η σφαίρα απέχει $h = \frac{15H}{16}$ από το έδαφος.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Εάν S η συνολική οριζόντια απόσταση που θα διανύσει η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος και S_1 η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει η σφαίρα μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, τότε ισχύει:

α) $S_1 = \frac{1}{2}S$ **β)** $S_1 = \frac{1}{4}S$ **γ)** $S_1 = \frac{1}{8}S$

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. (Απάντηση: β)

Άσκηση 1.32

Μια μικρή σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$ από ύψος h. Το μέτρο της ταχύτητάς της όταν φτάνει στο έδαφος είναι ίσο με $2\upsilon_0$.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύτηκε η σφαίρα δίδεται από τη σχέση:

α) $h = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$ **β)** $h = \frac{2\upsilon_0^2}{3g}$ **γ)** $h = \frac{3\upsilon_0^2}{2g}$

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. (Απάντηση: γ)

Άσκηση 1.33

Δύο μικρές σφαίρες Α και Β εκτοξεύονται ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t = 0$ οριζόντια από τα ύψη h_A, h_B αντίστοιχα, που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Οι αρχικές οριζόντιες ταχύτητες των δύο σφαιρών συνδέονται με τη σχέση: $\vec{\upsilon_A} = 3 \cdot \vec{\upsilon_B}$. Αγνοούμε την αντίσταση του αέρα.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αν τα σώματα φτάνοντας στο έδαφος προσκρούουν στην ίδια οριζόντια απόσταση από την κοινή κατακόρυφο, τότε τα ύψη h_A, h_B συνδέονται με την σχέση:

α) $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{3}$ **β)** $\frac{h_A}{h_B} = \frac{4}{9}$ **γ)** $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{9}$

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. (Απάντηση: γ)

Άσκηση 1.34

Από καθορισμένο ύψος H πάνω από οριζόντιο δάπεδο και σε συγκεκριμένο τόπο, πετάμε μια μικρή σφαίρα, με οριζόντια αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$. Αν οι αντιστάσεις του αέρα αγνοηθούν, η τελική ταχύτητα της σφαίρας όταν φτάνει στο δάπεδο, σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ, η οποία είναι:

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) ανεξάρτητη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας

β) εξαρτώμενη από το μέτρο της αρχικής ταχύτητας

γ) ίση με 45°

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. (Απάντηση: β)

Άσκηση 1.35

Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 εκτοξεύονται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα από τα σημεία Α και Β αντίστοιχα που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και σε ύψη από το έδαφος h_1 και h_2 αντίστοιχα για τα οποία ισχύει $h_1 = 4h_2$.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αν η οριζόντια μετατόπιση από το σημείο εκτόξευσης των δύο σφαιρών Σ_1 και Σ_2 μέχρι το σημείο πρόσκρουσης στο έδαφος (δηλαδή το βεληνεκές), είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει:

α) $x_1 = 4x_2$ **β)** $x_1 = \sqrt{2}x_2$ **γ)** $x_1 = 2x_2$

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. Θεωρήστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα. (Απάντηση: γ)

Άσκηση 1.36

Δύο βομβαρδιστικά αεροπλάνα (1) και (2) κινούνται με ταχύτητες οριζόντιας διεύθυνσης, σε ύψη $H_1 = H$ και $H_2 = \frac{5H}{2}$ αντίστοιχα, πάνω από το έδαφος. Κάποια χρονική στιγμή $t_0 = 0$, αφήνεται να πέσει από κάθε αεροπλάνο μία βόμβα. Οι βόμβες φτάνουν στο έδαφος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2, όπου η χρονική στιγμή t_1 αντιστοιχεί στη βόμβα που έπεσε από το αεροπλάνο (1), η χρονική στιγμή t_2 αντιστοιχεί στη βόμβα που έπεσε από το αεροπλάνο (2).

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αν θεωρήσουμε μηδενική την αντίσταση του αέρα, για το λόγο $\frac{t_2}{t_1}$, ισχύει:

α) $\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{2}{5}}$ **β)** $\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{5}{2}}$ **γ)** $\frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας. (Απάντηση: β)

Άσκηση 1.37

Ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h πάνω από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$. Κάποια χρονική στιγμή $t=0$ αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία βόμβα. Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο $t=4\sec$.

Το βομβαρδιστικό αεροπλάνο εξακολουθώντας την οριζόντια κίνησή του στο ίδιο ύψος h, αυξάνει την ταχύτητα του σε $2\vec{\upsilon_0}$ και στη συνέχεια κινείται με αυτή την ταχύτητα. Κάποια χρονική στιγμή $t=0$ αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία δεύτερη βόμβα.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

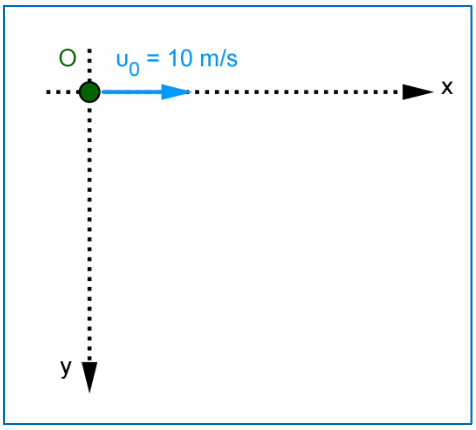
Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο:

α) $t_1 = 2\sec$ **β)** $t_1 = 8\sec$ **γ)** $t_1 = 4\sec$

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g. (Απάντηση: γ)

Άσκηση 1.38



Ένα βλήμα εκτοξεύεται οριζόντια την χρονική στιγμή $t=0$, από όπλο με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0. Θεωρούμε σύστημα ορθογωνίων αξόνων, αυτό που φαίνεται στο σχήμα και το οποίο έχει ως αρχή το σημείο εκτόξευσης. Να συμπληρώσετε τα κενά στον παρακάτω πίνακα, τα οποία αναφέρονται στις συντεταγμένες θέσης (x, y), στις συνιστώσες της ταχύτητας (υ_x, υ_y) και τις επιτάχυνσης (α_x, α_y), κατά τους άξονες Ox και Oy, αντίστοιχα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g = 10\,{}^{m}\!/\!{}_{s^2}$.

Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Α.

Χρόνος $t\ (s)$	$x\ (m)$	$y\ (m)$
0		
2		
8		

Β.

Χρόνος $t\ (s)$	$\upsilon_x\ (m/s)$	$\upsilon_y\ (m/s)$
2		
6		

Γ.

Χρόνος $t\ (s)$	$\alpha_x\ (m/s^2)$	$\alpha_y\ (m/s^2)$
7		

Άσκηση 1.39

Από το σημείο Ο, που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος, βάλλεται οριζόντια ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 . Κατά τη στιγμή της εκτόξευσης η κινητική ενέργεια του σώματος K είναι ίση με τη βαρυτική δυναμική του ενέργεια U . Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια το έδαφος, καθώς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος S τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος (βεληνεκές) και το αρχικό ύψος H θα συνδέονται με τη σχέση:

α) $S = H$ **β)** $S = 2\cdot H$ **γ)** $H = 2\cdot S$

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. (Απάντηση: β)

Άσκηση 1.40

Από το σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος βάλλεται οριζόντια ένα σώμα μάζας m με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0, έχοντας κινητική ενέργεια K.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Τη στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος έχει διπλασιαστεί, το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητα είναι υ_y και της οριζόντιας συνιστώσας

υ_x. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_x}{\upsilon_y}$ του σώματος εκείνη τη στιγμή είναι ίσος με:

α) $\frac{1}{2}$ **β)** 2 **γ)** 1

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή με τιμή g και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. (Απάντηση: γ)

Άσκηση 1.41

Από το σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H από το έδαφος βάλλεται οριζόντια ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 .Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

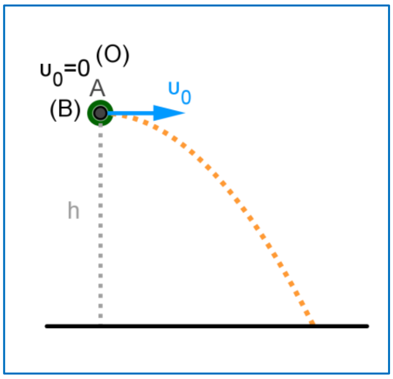
A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Τη στιγμή που το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας έχει γίνει ίσο με το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας, το σώμα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά x και κατακόρυφα κατά y. Ο λόγος των μετατοπίσεων $\frac{x}{y}$ του σώματος εκείνη τη στιγμή είναι ίσος με:

α) $\frac{1}{2}$ **β)** 2 **γ)** 1

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή με τιμή g . (Απάντηση: β)

Άσκηση 1.42



Από ένα σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $h = 80m$ εκτοξεύουμε ένα σώμα (Α) οριζόντια με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 30\,m/s$, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε ένα σώμα (Β) να πέσει.

α) Που βρίσκονται τα δύο σώματα μετά από $2\sec$;

β) Σε πόσο χρόνο θα φθάσει το κάθε σώμα στο έδαφος;

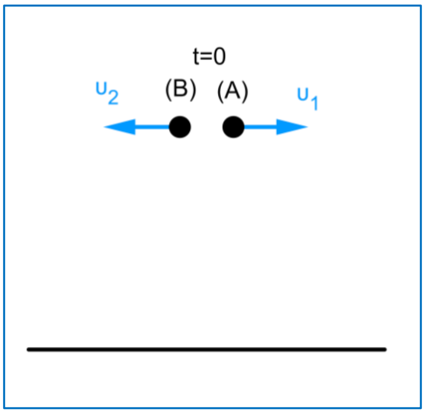
γ) Ποια είναι η μέγιστη οριζόντια απόσταση του σώματος (Α) και ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα του;

δ) Να βρείτε την μετατόπιση του σώματος (Α) μέχρι να φθάσει στο έδαφος.

Δίνεται $g = 10 m/s^2$.

(Απάντηση: **α)** $x = 60m$ και $y = 10m$, **β)** $4\sec$, **γ)** $120m$ & $50 m/s$, **δ)** $20\sqrt{52}m$)

Άσκηση 1.43



Την χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύονται από κατακόρυφη απόσταση $h = 80m$ δύο σώματα (Α) και (Β) , όπως στο σχήμα, με ταχύτητες $\upsilon_1 = 10 m/s$ και $\upsilon_2 = 30 m/s$.

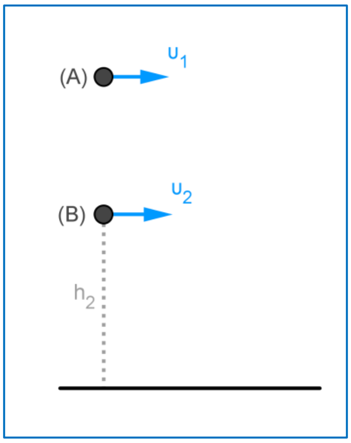
α) Να συγκρίνεται τους χρόνους πτώσης των δύο σωμάτων.

β) Να βρείτε την μεταξύ τους απόσταση την $t = 2\sec$.

γ) Να βρείτε την μέγιστη απόσταση που μπορούν να βρεθούν τα δύο σώματα μέχρι την στιγμή που θα ακουμπήσουν στο έδαφος.

Δίνεται $g = 10 m/s^2$. (Απάντηση: **β)** $80m$, **γ)** $160m$)

Άσκηση 1.44



Την χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύονται δύο όμοια σώματα (Α) και (Β) με αρχικές ταχύτητες $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_0 = 10 m/s$. Το σώμα (Α) απέχει από το έδαφος απόσταση $h_1 = 90m$ και το σώμα (Β) απόσταση $h_2 = 45m$.

Να βρεθούν:

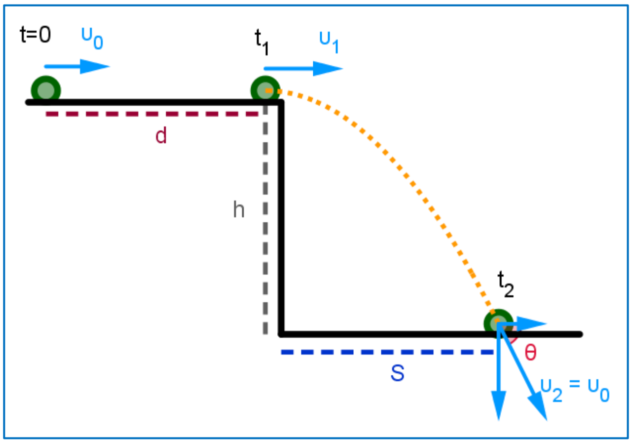
α) Η απόσταση των δύο σωμάτων την χρονική στιγμή $t = 2\sec$.

β) Να βρεθεί η απόσταση το σώματος (Α) από το σώμα (Β) την χρονική στιγμή

$t = 4\sec$.

γ) Να συγκρίνετε τους ρυθμούς μεταβολής της κινητικής ενέργειας των δύο σωμάτων την χρονική στιγμή $t = 2\sec$. (Απάντηση: **α)** $45m$, **β)** $10\sqrt{2}m$, **γ)** 1)

Άσκηση 1.45



Εκτοξεύουμε την χρονική στιγμή $t = 0$ ένα σώμα με αρχική ταχύτητα u_0 . Το σώμα αφού διανύσει απόσταση d στο οριζόντιο επίπεδο αποκτά ταχύτητα $u_2 = u_0 - 10$ (S.I.) και κατόπιν εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h . Όταν φθάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_2 έχει ταχύτητα u_2 ίσου μέτρου με την u_0 . Τα βεληνεκές της βολής ισούται με την απόσταση $d = 40m$ του οριζόντιου επιπέδου. Ο συντελεστής τριβής είναι $\mu = 1/2$. Να βρείτε:

α) Το ύψος h από όπου έγινε η οριζόντια βολή.

β) Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας υ_1 .

γ) Η οξεία γωνία θ ή αλλιώς η γωνιακή εκτροπή.

δ) Η χρονική στιγμή που το σώμα χτυπά στο έδαφος.

Δίνεται $g = 10 \,{}^{m}\!/\!{}_{s^2}$. $\sqrt{2} = 1{,}4$

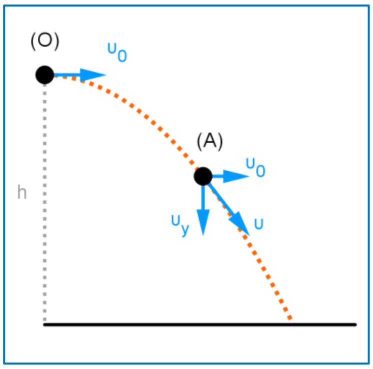
(Απάντηση: **α)** $h = 20m$, **β)** $u_0 = 20\sqrt{2}$ και $S = 30m$, **γ)** $\theta = 45$, **δ)** $t_2 = 2{,}8$)

Άσκηση 1.46

Ένα σώμα μάζας $m = 0{,}2kg$ εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 30 \,{}^{m}\!/\!{}_{s}$ από ύψος h. Σε κάποιο σημείο Α της τροχιάς η ταχύτητα υ_A σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία 60° . Το σώμα φθάνει στο έδαφος στο διπλάσιο χρόνο από αυτόν που χρειάζεται το σώμα για να φθάσει στο Α. Να βρείτε:

α) Το μέτρο της ταχύτητας στο Α.

β) Σε πόσο t φθάνει το σώμα στο Α και ποιο είναι το έργο του βάρους από



το $\mathrm{O} \rightarrow \mathrm{A}$

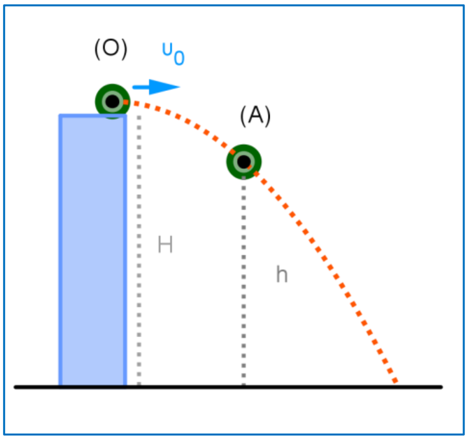
γ) Ποιος είναι ο ρυθμός $\dfrac{\Delta U_{\mathrm{B}}}{\Delta t}(\mathrm{A})$ και $\dfrac{\Delta \mathrm{K}}{\Delta t}(\mathrm{A})$;

δ) Σε κάποιο σημείο (Γ) η $\mathrm{K}=3U_{(\mathrm{B})}$. Πόσο απέχει από το έδαφος το σημείο Γ;

ε) Ποια είναι η γωνιακή εκτροπή του σώματος όταν φθάνει στο έδαφος;

(Απάντηση: **α)** $20\sqrt{3}\ {}^{m}\!/_{sec}$, **β)** $\sqrt{3}$ sec και $30J$, **γ)** $20\sqrt{3}\ {}^{J}\!/_{sec}$ και $-20\sqrt{3}\ {}^{J}\!/_{sec}$, **δ)** $26{,}25m$, **ε)** $2\sqrt{3}/3$)

Άσκηση 1.47



Από ένα σημείο O που απέχει από το έδαφος απόσταση $H=80m$ εκτοξεύεται οριζόντια σώμα μάζας $m=0{,}2kg$ με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0=20\,{}^{m}\!/_{s}$.

α) Ποια χρονική στιγμή το σώμα περνά από το σημείο A που βρίσκεται στο έδαφος σε απόσταση $h=60m$;

β) Να βρεθεί η ταχύτητα υ_{A}.

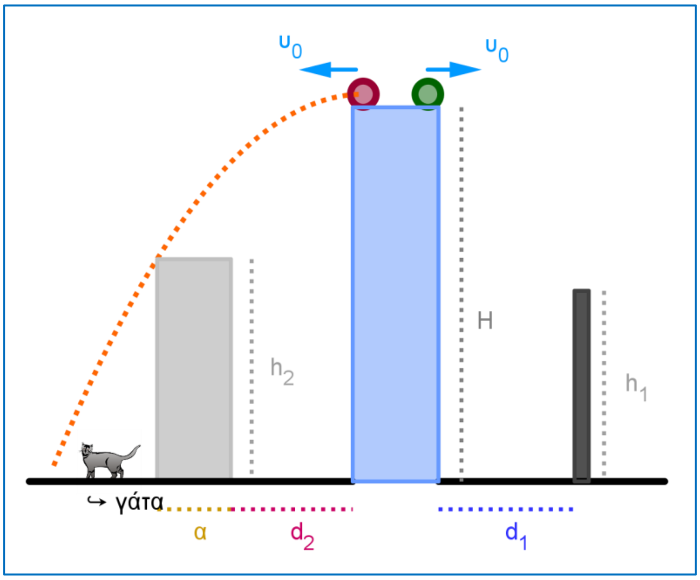
γ) Να βρεθεί η μεταβολή της ταχύτητας από το O στο A.

δ) Να βρεθεί ο $\dfrac{\Delta U_{\mathrm{B}}}{\Delta t}$ στην θέση A.

(Απάντηση: **α)** $2\sec$, **β)** $20\sqrt{2}$ και $\theta=45$, **γ)** $\Delta\upsilon=20\,{}^{m}\!/_{s}$, **δ)** $-40J/s$)

Άσκηση 1.48

Από ένα κτίριο ύψους $H=20m$ με έναν εκτοξευτή για μπαλάκια, εκτοξεύουμε μπαλάκια με οριζόντια ταχύτητα υ_0. Η υ_0 μπορεί να ρυθμιστεί στην επιθυμητή τιμή. Μια κολώνα βρίσκεται ακριβώς απέναντι από το κτίριο και έχει ύψος h_1. Η οριζόντια απόσταση μεταξύ κτιρίου και κολώνας είναι $d_1=45m$. Δίνεται $d_2=16m$.



α) Εάν εκτοξεύσουμε ένα μπαλάκι με $\upsilon_0 = 20 m/s$, θα πετύχουμε την κολώνα;

β) Εάν εκτοξεύσουμε τώρα το μπαλάκι με $\upsilon_1 = 30 m/s$, ποιο είναι το μέγιστο ύψος της κολώνας ώστε να μην το πετύχουμε;

γ) Από την άλλη μεριά του κτιρίου υπάρχει κτίριο με ύψος $h_2 = 16{,}8m$ και η ταράτσα του είναι τετράγωνη με εμβαδόν $\left(\mathrm{A} = 16m^2\right)$. Για ποιες τιμές της υ_0 η ταράτσα θα γεμίσει μπαλάκια;

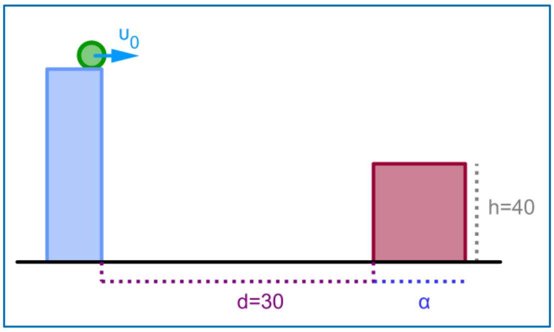
δ) Σε ποια απόσταση από το κτίριο μπορεί να κοιμηθεί ήσυχα ένας σκύλος ή μια γάτα χωρίς να του έρθει απότομα μπαλάκι στο κεφάλι;

(Απάντηση: **α)** όχι, **β)** 8,75 , **γ)** $20 < \upsilon_0 < 25$, **δ)** $30m$)

Άσκηση 1.49

Δύο κτίρια απέχουν 30m. Από το υψηλότερο κτίριο που έχει ύψος $H = 60m$ εκτοξεύεται οριζόντια μπάλα με $\upsilon_0 = 10 m/s$ με σκοπό να φθάσει στο διπλανό κτίριο που έχει ύψος $h = 40m$ και πλάτος $\alpha = 10m$.

α) Θα φτάσει η μπάλα στο διπλανό κτίριο; Δικαιολογήστε την άποψή σας.

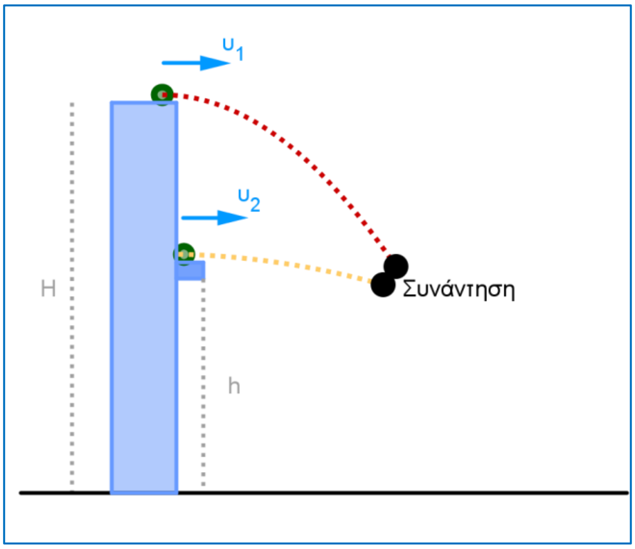


β) Για ποιες τιμές της ταχύτητας θα πέσει η μπάλα στην ταράτσα του διπλανού κτιρίου;

γ) Εκτοξεύουμε οριζόντια την μπάλα από το υψηλότερο κτίριο με $\upsilon_0 = 22 m/s$. Εάν ένα παιδί που βρίσκεται στην δεξιά άκρη του χαμηλότερου κτιρίου έχειικανότητα να κάνει άλμα και το άκρο του χεριού του να φθάνει σε ύψος 2,8m , θα μπορέσει να πιάσει την μπάλα; Ναι ή όχι και γιατί;

(Απάντηση: **α)** ναι , **β)** $15 < \upsilon_0 < 20$)

Άσκηση 1.50



Από ύψος $H = 60m$ εκτοξεύουμε οριζόντια μια μπάλα με ταχύτητα $\upsilon_1 = 5 m/s$ την $t = 0$. Μετά από λίγο την χρονική στιγμή $t_1 = 2\sec$ εκτοξεύουμε οριζόντια μια δεύτερη μπάλα από ένα μπαλκόνι που έχει ύψος $h = 20m$ με υ_2. Κάποια χρονική στιγμή οι μπάλες συγκρούονται.

Να βρείτε:

α) Ποια χρονική στιγμή συγκρούονται και σε ποια θέση;

β) Ποια είναι η αρχική ταχύτητα υ_2;

(Απαντηση: **α)** $t = 3\sec$ και $15m$ από το έδαφος , **β)** $\upsilon_2 = 15 m/s$)

Άσκηση 1.51

Σώμα μάζας $m = 0{,}1kg$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon_0 = 10 m/s$ και εκτελεί οριζόντια βολή. Κάποια χρονική στιγμή t_1 έχει οριζόντια μετατόπιση $x = 10m$. Να βρείτε:

α) Τη γραμμική απόκλιση στον άξονα $y'y$ τη χρονική στιγμή t_1.

β) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1.

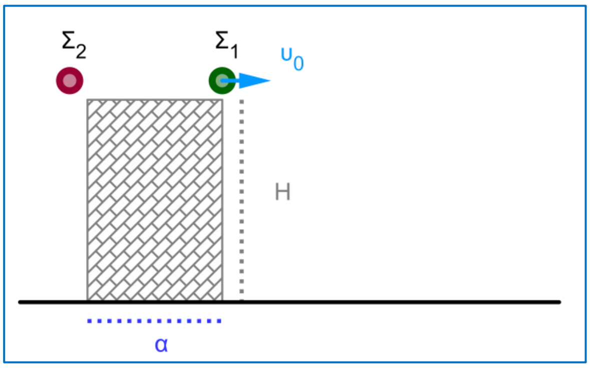
γ) Να βρεθεί η γωνιακή εκτροπή τη χρονική στιγμή t_1.

δ) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη στιγμή t_1.

ε) Να βρεθεί η θερμότητα που παράγεται κατά την κρούση του σώματος με το έδαφος, εάν δίνεται ότι μετά την κρούση το σώμα (m) μένει ακίνητο στο έδαφος.

Ύψος $H = 20m$. (Απάντηση: **α)** $5m$, **β)** $10\sqrt{2}$, **γ)** $\theta = 45$, **δ)** $10 J/s$), **ε)** $Q = 25J$)

Άσκηση 1.52



Από την ταράτσα πολυκατοικίας ύψους H και πλάτους α εκτοξεύουμε οριζόντια ένα μικρό μπαλάκι Σ_1 μάζας $m=0,2kg$, με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, ενώ συγχρόνως από την άλλη μεριά αφήνουμε ένα πανομοιότυπο με το πρώτο, μπαλάκι Σ_2 να πέσει ελεύθερα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Μια χρονική στιγμή t_1 η απόσταση του Σ_1 από το Σ_2 είναι d_1,ενώ τη χρονική στιγμή $t_2=t_1+1\sec$, η απόστασή τους έχει γίνει $d_2=d_1+4$. Όταν το Σ_1 φτάνει στο έδαφος η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται με ρυθμό $\frac{dK_1}{dt}=40J/s$. Να βρείτε:

α) Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_2 τη στιγμή που αυτό φτάνει στο έδαφος.

β) Την ενέργεια που δαπανήσαμε για να εκτοξεύσουμε το μπαλάκι Σ_1.

γ) Τη βαρυτική δυναμική ενέργεια που έχει το μπαλάκι Σ_2 τη στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο.

δ) Το πλάτος της πολυκατοικίας (α) αν το Σ_1 και το Σ_2 συναντούν το έδαφος σε δύο σημεία που απέχουν μεταξύ τους $d=50m$.

Δίνεται $g=10\,{}^{m}\!/_{s^2}$. Οι αντιστάσεις από τον αέρα καθώς και οι διαστάσεις από τα μπαλάκια θεωρούνται αμελητέες. Ως επίπεδο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας θεωρούμε το έδαφος. (Απάντηση: **α)** $40J/s$, **β)** $1,6J$, **γ)** 40 , **δ)** $42m$)

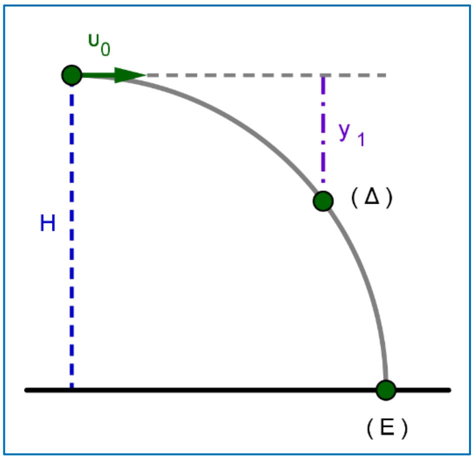
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ – ΛΑΘΟΥΣ & ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Άσκηση 1.53

1	Η εξίσωση της κατακόρυφης απόκλισης σε σχέση με τον χρόνο είναι: $y=\frac{1}{2}gt^2$.	□Σ □Λ
2	Η εξίσωση της οριζόντιας απόστασης x είναι: $x=u_o t+\frac{1}{2}at^2$	□Σ □Λ
3	Σε μια οριζόντια βολή η επιτάχυνση σχηματίζει γωνία 90° με την αρχική ταχύτητα .	□Σ □Λ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Άσκηση 1.54



Ένα σώμα το εκτοξεύουμε οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_o από ύψος Η . Όταν το σώμα φθάσει στο σημείο Δ η κατακόρυφη απόκλιση είναι y_1 τότε:

1. Ο χρόνος για να φθάσει το σώμα στην θέση Δ είναι:

α) $t=\sqrt{\frac{2y_1}{g}}$ **β)** $t=\sqrt{\frac{2(H-y_1)}{g}}$ **γ)** $t=\frac{2y}{g}$

Απάντηση: (α)

2. Ο χρόνος για φθάσει το σώμα στην θέση Ε είναι:

α) $t=\sqrt{\frac{2y}{g}}$ **β)** $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$ **γ)** $t=\sqrt{\frac{2g}{y_1}}$

Απάντηση: (β)

Άσκηση 1.55

Ένα σώμα το εκτοξεύουμε οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_0 από ύψος $H=10m$. Όταν το σώμα φθάσει στ σημείο Ε απέει από το έδαφος απόσταση $h_1=1m$, τότε ο χρόνος για να φθάσει το σώμα στην θέση Ε είναι :

α) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ **β)** 2 **γ)** $\frac{\sqrt{3}}{5}$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.56

Ένα σώμα το εκτοξεύουμε οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0=5m/s$ από υύψος Η. Το σώμα φθάνει στην θέση Γ σε χρόνο $t=2\sec$ και στο έδαφος σε χρόνο $t_1=4\sec$. Τότε:

1. Η οριζόντια απόσταση x_Γ είναι:

α) $20m$ **β)** $10m$ **γ)** $5m$

Απάντηση: (β)

2. Η οριζόντια απόσταση μέχρι να φθάσει στο έδαφος είναι:

α) $20m$ **β)** $10m$ **γ)** $8m$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.57

Ένα σώμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $u_0=10m/s$ από ύψος Η από το έδαφος. Σε κάποια θέση της τροχίας η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει γωνία $\varphi=45^0$ με την οριζόντια ταχύτητα u_x . Τότε:

1. Η ταχύτητα στον άξονα *y'y* είναι :

α) $u_y=10m/s$ **β)** $u_y=5m/s$ **γ)** $u_y=2m/s$

Απάντηση: (α)

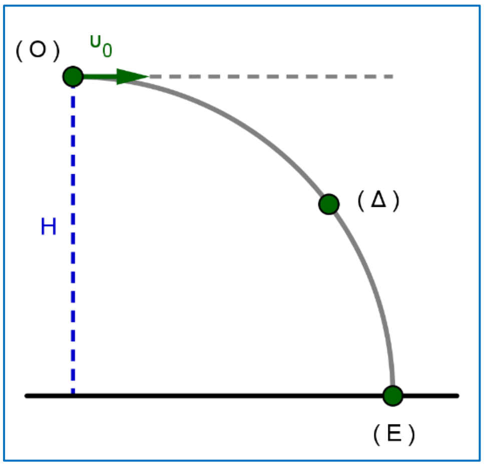
2. Ο χρόνος για να φθάσει το σώμα στην θέση Γ είναι:

α) $t = 2\sec$ **β)** $t = 1\sec$ **γ)** $t = 4\sec$

Απάντηση: (β)

Άσκηση 1.58

Σώμα μάζας $m = 1kg$ εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_0 από ύψος $H = 10m$ από το έδαφος όπως στο διπλανό σχήμα:



1. Όταν το σώμα φθάσει στην θέση Δ έχει καταόρυφη απόκλιση $y_\Delta = 2m$ τότε το έργο του βάρους από την θέση Ο στην θέση Δ είναι:

α) $80J$ **β)** $40J$ **γ)** $20J$

Απάντηση: (γ)

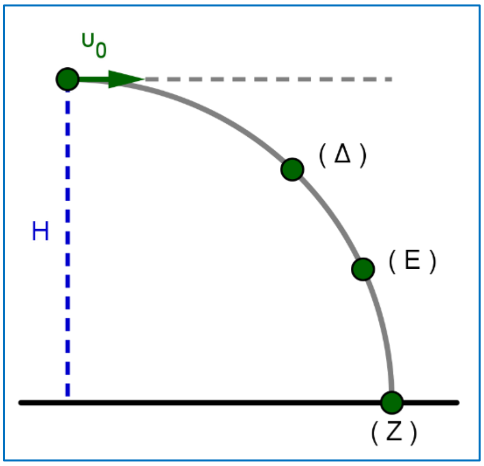
2. Το έργο βάρους από την θέση Ο στην θέση Ε είναι :

α) $50J$ **β)** $100J$ **γ)** $200J$

Απάντηση: (β)

Άσκηση 1.59

Σώμα μάζας $m = 1kg$ εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα u_0 από ύψος $H = 100m$ από το έδαφος όπως το διπλανό σχήμα . Την χρονική στιγμή $t_1 = 2\sec$ το σώμα φθάνει στην θέση Δ και την χρονική στιγμή $t_2 = 4\sec$ φθάνει στην θέση Ε. Τότε το έργο του βάρους,



1. από την θέση Δ στην θέση Ε είναι:

α) $500J$ **β)** $600J$ **γ)** $400J$

Απάντηση: (β)

2. από την θέση Δ στην θέση Ζ είναι:

α) $800J$ **β)** $400J$ **γ)** $200J$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.60

Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0 = \sqrt{65} m/s$ από ύψος $H = 10m$ από το έδαφος. Όταν το σώμα βρίσκεται στην θέση Γ απέχει από το έδαφος απόσταση $h = 2m$.Τότε η ταχύτητα του σώματος στην θέση Γ είναι:

α) $15m/s$ **β)** $20m/s$ **γ)** $5m/s$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.61

Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_0 από ύψος Η από το έδαφος . Εάν σε κάποια θέση της τροχιάς Γ , η κατακόρυφη απόκλιση είναι 2m και η οριζόντια απόσταση $\sqrt{10} m$ τότε η αρχική ταχύτητα είναι:

α) $5m/s$ **β)** $2m/s$ **γ)** $10m/s$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.62

Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0 = 10m/s$ από ύψος Η από το έδαφος. Όταν το σώμα φθάσει στο έδαφος η οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα είναι $S = H$ τότε το ύψος Η είναι:

α) $20m$ **β)** $10m$ **γ)** $30m$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.63

Ένα σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_0 από ύψος $H = 5m$ από το έδαφος . Σε κάποια θέση Γ της τροχιάς του σώματος η οποία απέχει $h_\Gamma = 25/6\,m$ από το έδαφος, η κινητική ενέργεια ισούται με το μισό της δυναμικής του στην θέση Γ. Εάν θεωρήσουμε σαν επίπεδο όπου η δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν το έδαφος και η κατακόρυφη απόκλιση y_Γ είναι $1{,}25m$ τότε η αρχική ταχύτητα u_0 είναι:

α) $5m/s$ **β)** $10m/s$ **γ)** $2m/s$

Απάντηση: (α)

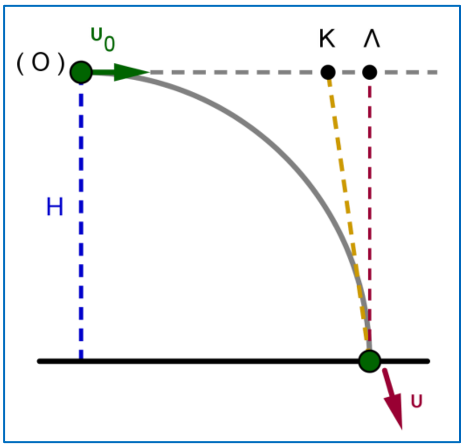
Άσκηση 1.64

Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτα $u_0 = 20m/s$ από ύψος $H = 20m$ από το έδαφος . Όταν το σώμα φθάνει στο έδαφος η γωνιακή εκτροπή είναι:

α) $45°$ **β)** $60°$ **γ)** $30°$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.65



Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0 = 4m/s$ από ύψος Η από το έδαφος . Η απόσταση ΚΛ ισούται με 2m . Τότε το ύψος Η είναι :

α) $5m$ **β)** $10m$ **γ)** $20m$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.66

Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτα $u_o = 4\sqrt{\frac{5}{3}}m/s$ από ύψος $H = 3m$ από το έδαφος . Όταν το σώμα φθάσει στο έδαφος η μετατόπιση d ισούται με:

α) $4m$ **β)** $8m$ **γ)** $5m$

Απάντηση: (γ)

Άσκηση 1.67

Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτα $u_0 = 10m/s$ από ύψος H από το έδαφος . Όταν η οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα είναι $x = 10m$ τότε η μετατόπιση αυτήν την χρονική στιγμή είναι:

α) $5\sqrt{5}m$ **β)** $2\sqrt{5}m$ **γ)** $4\sqrt{5}m$ Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.68

Σε μια οριζόντια βολή σε μία θέση της τροχιάς η ταχύτητα u του σώματος σχηματίζει με την u_x γωνία 60° . Τότε η επιτάχυνση του σώματος με την ταχύτητα του σχηματίζει γωνία :

α) 60^0 **β)** 30^0 **γ)** 45^0 Απάντηση: (β)

Άσκηση 1.69

Σώμα μάζας $m = 1kg$ το εκτοξεύουμε οριζόντι με αρχική ταχύτητα u_0 από ύψος H. Την χρονική στιγμή $t = 2\sec$ το σώμα βρίσκεται στην θέση Γ. Τότε:

1. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

α) $100J/s$ **β)** $200J/s$ **γ)** $50J/s$

Απάντηση: (β)

2. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας λόγω βαρύτητας είναι:

α) $200J/s$ **β)** $-100J/s$ **γ)** $50J/s$

Απάντηση: (α)

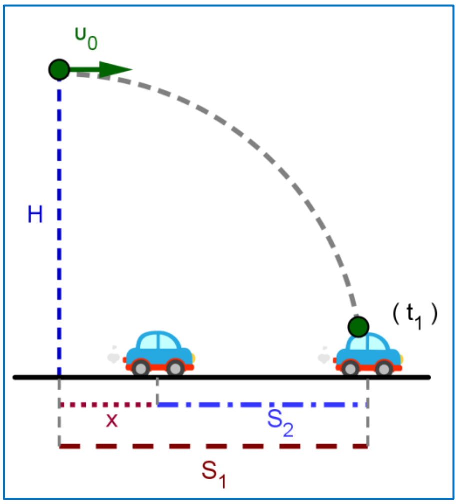
Άσκηση 1.70

Σώμα μάζας $m = 1kg$ εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα u_0 από ύψος H από το έδαφος Κάποια χρονική στιγμή t το σώμα βρίσκεται στην θέση Γ της τροχιάς όπου ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι $\frac{\Delta K}{\Delta t} = 200J/s$, τότε η μεταβολή της ταχύτητας είναι:

α) $20m/s$ **β)** $10m/s$ **γ)** $15m/s$

Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.71



Σώμα μάζας m εκτοξεύεται $t=0$ την οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0=100m/s$ από ύψος H από το έδαφος . Την ίδια χρονική στιγμή $t=0$, ένα αυτοκίνητο που κινείται με σταθερή ταχύτητα $u=50m/s$ και απέχει από την κατκόρυφο οριζόντια απόσταση $x=100m$.

Α. Εάν τα δύο σώματα συναντιούνται την χρονική στιγμή t_1 τότε η χρονική στιγμή t_1 είναι:

α) 2sec **β)** 4sec **γ)** 5sec Απάντηση: (α)

Β. Η οριζοντια απόσταση S_1 (βεληνεκές) του πρώτου σώματος είναι:

α) $60m$ **β)** $80m$ **γ)** $50m$ Απάντηση: (β)

Γ. Η αρική ταχύτητα υ_0 είναι:

α) $160\,m/s$ **β)** $100\,m/s$ **γ)** $200\,m/s$ Απάντηση: (α)

Άσκηση 1.72

Την χρονική στιγμή $t=0$ δύο σώματα κινούνται ταυτόχρονα . Το πρώτο σώμα κάνει οριζόντια βολή από υψος H από το έδαφος με αρχική ταχύτητα u_0 .Το δεύτερο σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_1=40m/s$, απέχει οριζόντια απόσταση $x=100m$ από την κατακόρυφη H και διανύει απόσταση $S_2=20m$ μέχρι να συναντηθούν. Τα δύο σώματα συναντιούνται την t_1.Τότε:

1. Η χρονική στιγμή t_1 είναι:

α) 0,5sec **β)** 1sec **γ)** 2sec Απάντηση: (α)

2. Η οριζόντια απόσταση S_1 (βεληνεκές) του πρώτου σώματος είναι:

α) $60m$ **β)** $80m$ **γ)** $150m$ Απάντηση: (β)

3. Η αρχική ταχύτητα u_0 είναι:

α) $160m/s$ **β)** $100m/s$ **γ)** $200m/s$ Απάντηση: (α)